

齒輪技術實用篇

齒輪技術實用篇（中級）是以齒輪的全面解說為中心，
並將其相關的規範標準等，一併予以介紹。
齒輪技術實用篇能提供，為加深對齒輪傳動及性能的理解，
以設計出更為合適的齒輪。



齒輪技術實用篇目錄

1	齒輪的特殊用語	3
2	使用齒輪的機構	4
2.1	行星齒輪機構	4
2.2	內擺線機構(少齒數差行星齒輪機構)	6
2.3	拘束咬合之齒輪鎖鏈	6
3	齒輪的齒厚	7
3.1	弦齒厚	7
3.2	跨齒厚	12
3.3	跨梢(球)法	13
4	齒輪的齒隙	22
4.1	各種齒輪的齒隙	22
4.2	齒厚與齒隙	25
4.3	齒輪鎖鏈與齒隙	25
4.4	減少齒隙的方法	26
5	齒輪的精度	28
5.1	正齒輪與螺旋齒輪的精度	28
5.2	傘形齒輪的精度	30
5.3	齒輪的咬合精度	31
6	齒輪的齒承	32
6.1	傘形齒輪的齒承	32
6.2	蝸輪組的齒承	33
7	齒輪的潤滑	35
7.1	齒輪的潤滑法	35
7.2	齒輪的潤滑油	37
8	齒輪上的作用力	39
8.1	作用在正齒輪上的力	39
8.2	作用在螺旋齒輪上的力	40
8.3	作用在傘形齒輪上的力	40
8.4	作用在螺旋傘形齒輪上的力	41
8.5	作用在蝸輪蝸桿上的力	43
8.6	作用在交錯軸螺旋齒輪上的力	45
9	齒輪的咬合率	46
9.1	正面咬合率	46
9.2	重疊咬合率	48
10	齒輪的噪音及對策	49
11	正齒輪之解析	50
12	螺旋齒輪之解析	50

1 齒輪的特殊用語

齒輪有許多特殊用語，在這裡，介紹幾個比較重要的術語。

(1) 齒形修整 (Tip Relieving)

齒形修整是齒冠修整和齒根修整的總稱。一般地說，齒冠修整的方法使用較為普遍。

齒冠修整是指將齒冠的齒形，切削成較正確的漸開線略呈凸形。因此，當齒輪齒面受外力而產生變形時，可以避免與相咬合的齒輪產生干涉，並且可以降低噪音，延長齒輪壽命。但是要注意的是，不能修整過量。過量的修整等於增加齒形誤差，將會對咬合產生不良的影響。

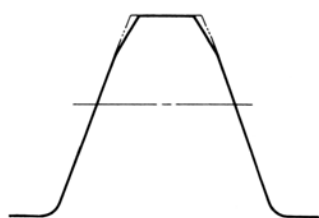


圖 1.1 齒形修整

(2) 削鼓形加工和削端加工 (Crowning & Relieving)

削鼓形加工和削端加工都是沿齒筋方向的修整。特別是削鼓形加工，是以能使齒承集中在齒幅中央部為加工目的，所以，沿齒筋方向加工成適當的鼓形。此時，應注意不能加工過甚。過量的削鼓形加工會引起齒承面積的減小，對齒輪強度產生不良的影響。

削端加工是將齒幅的兩端部予以適量倒角的加工方法。



圖 1.2 鼓形加工和齒形修薄

(3) 外徑滾削加工及齒頂倒角加工 (Topping & Semitopping)

使用滾齒創生法加工齒輪，在齒輪入門篇的 3.4，漸開線齒輪的創生中有說明。在滾齒加工的同時，亦可進行齒輪的外徑滾削加工及齒頂倒角加工。

齒輪入門篇的圖 3.5, 圖 3.6, 圖 3.7 顯示利用齒條刀具進行齒形創生加工和外徑滾削加工的情形。經由這種加工，可以減少外徑的偏差，還可以防止齒頂毛邊的產生。

圖 1.3 示意了齒頂倒角刀具的刀刃形狀及由此刀具切削加工的齒輪齒形。通過齒頂倒角加工，對防止發生在齒頂的撞痕及毛邊等起了很好的作用。

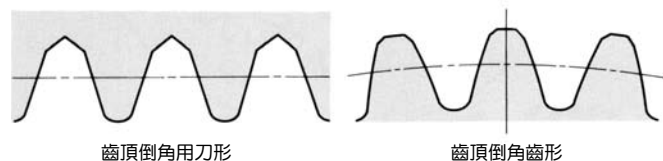


圖 1.3 齒頂倒角的刀形及齒形

在齒頂倒角後，對咬合有幫助的齒冠高會減少，同時咬合率也會跟著降低。因此，通常是不希望有過量的倒角。

圖 1.4 示意了標準的齒頂倒角的大小及形狀。

外徑滾削加工及齒頂倒角有時會同時使用，有時會單獨採取其中的一種。

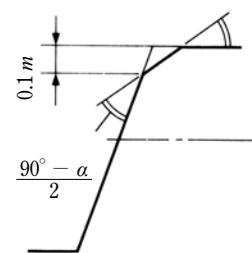


圖 1.4 齒頂倒角的大小及形狀

2 使用齒輪的機構

2.1 行星齒輪機構

最基本的行星齒輪機構如圖 2.1 所示。由太陽齒輪 A，行星齒輪 B，內齒輪 C，支架 D 這四個基本要素組成。

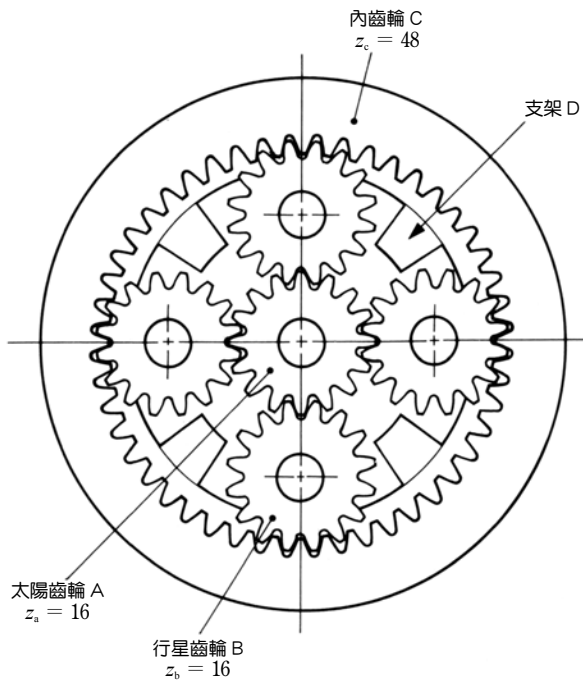


圖 2.1 行星齒輪機構的構造

這種行星齒輪機構有入力軸與出力軸可以配置在同一軸線上，使用二個（或以上）行星齒輪以分擔負荷等好處，因而可以使整個裝置結構緊實，這些都是它的優點。

但是另一方面，會有構造比較複雜，內齒輪的干涉等，較難應付的問題發生。

圖 2.1 的行星齒輪機構被稱為 2K-H 型，太陽齒輪和內齒輪及支架有相同的中心軸線。

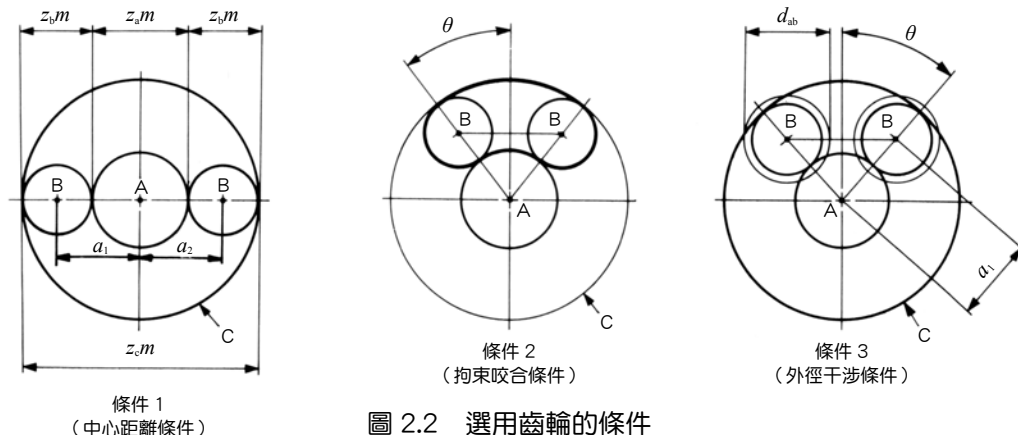


圖 2.2 選用齒輪的條件

(1) 行星齒輪機構的齒數條件

此機構中太陽齒輪 A (z_a) 行星齒輪 B (z_b) 內齒輪 C (z_c) 的齒數和行星齒輪的個數 N 之間要滿足下列的三個條件。

$$\text{條件 1} \quad z_c = z_a + 2z_b \quad (2.1)$$

這是維持中心距離相等的必要條件。(中心距離條件)

此條件是針對標準齒輪而言，如果採用轉位齒輪，其咬合中心距離 a 能予以調整，亦可選擇不滿足此條件齒數的齒輪。

也就是說，太陽齒輪 A 和行星齒輪 B 與內齒輪 C 的中心距離 a_1, a_2 必須相等。

$$a_1 = a_2 \quad (2.2)$$

$$\text{條件 2} \quad \frac{z_a + z_c}{N} = \text{整數} \quad (2.3)$$

此為行星齒輪等配在太陽齒輪與內齒輪之間時的必要條件。(拘束咬合條件)

而當行星齒輪不等配時，則必須滿足 (2.4) 式的條件。

一般地說，行星齒輪 B 只要滿足下面的拘束咬合條件，就可以安裝。

$$\frac{(z_a + z_c)\theta}{180} = \text{整數} \quad (2.4)$$

其中 θ ：相鄰行星齒輪所對應圓心角的一半 ($^\circ$)

$$\text{條件 3} \quad z_b + 2 < (z_a + z_b) \sin \frac{180^\circ}{N} \quad (2.5)$$

這是在使用標準齒輪(全高齒)等配時,保證行星齒輪間不至於相互碰撞的必要條件。(外徑干涉條件)

若在其他的情況下,則需要滿足以下的條件:

$$d_{ab} < 2a_1 \sin \theta \quad (2.6)$$

其中 d_{ab} : 行星齒輪的齒頂圓直徑

a_1 : 太陽齒輪和行星齒輪的中心距離

除了滿足了上述三個條件外,還要考慮行星齒輪 B 與內齒輪 C 的咬合時所產生的干涉問題。

關於內齒輪的干涉問題,請參考齒輪入門篇 4.2,內齒輪的計算中的說明,也就是說,不能滿足所有的這些條件,行星機構就不能成立。

(2) 行星齒輪機構的轉速比

在行星機構中,若將固定元件改變,就能改變機構的轉速比及旋轉方向,如圖 2.3 所示。

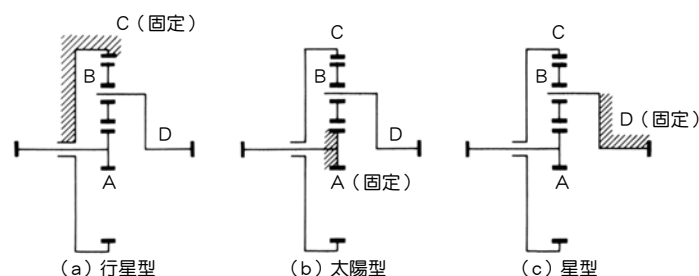


圖 2.3 行星齒輪機構的類型

(a) 行星型

行星型是內齒輪 C 為固定的行星機構。

在這個類型中,以太陽齒輪 A 為入力軸,支架 D 為出力軸。轉速比可根據數表法求出。如下所示。

表 2.1 行星型的轉速比計算

序號	說明	太陽齒輪 A z_a	行星齒輪 B z_b	內齒輪 C z_c	支架 D
1	支架 D 固定,太陽齒輪 A 旋轉一週	+ 1	$-\frac{z_a}{z_b}$	$-\frac{z_a}{z_c}$	0
2	全體膠黏一體後,轉動 $+\frac{z_a}{z_c}$ 週	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$	$+\frac{z_a}{z_c}$
3	合計(1)+(2)	$1 + \frac{z_a}{z_c}$	$\frac{z_a}{z_c} - \frac{z_a}{z_b}$	0 (固定)	$+\frac{z_a}{z_c}$

$$\text{轉速比} = \frac{1 + \frac{z_a}{z_c}}{\frac{z_a}{z_c}} = \frac{z_c + 1}{z_a} \quad (2.7)$$

入力軸與出力軸旋轉方向一致(轉速比為正值)。

例如: $z_a = 16$ 、 $z_b = 16$ 、 $z_c = 48$, 轉速比為 4。

(b) 太陽型

太陽型是太陽齒輪 A 為固定的行星機構。

當入力軸為內齒輪 C, 出力軸為支架 D 時, 轉速比求法如表 2.2 所示。

表 2.2 太陽型的轉速比計算

序號	說明	太陽齒輪 A z_a	行星齒輪 B z_b	內齒輪 C z_c	支架 D
1	支架 D 固定,太陽齒輪 A 旋轉一週	+ 1	$-\frac{z_a}{z_b}$	$-\frac{z_a}{z_c}$	0
2	全體膠黏一體後,轉動一週	- 1	- 1	- 1	- 1
3	(1)+(2)的合計	0 (固定)	$-\frac{z_a}{z_b} - 1$	$-\frac{z_a}{z_c} - 1$	- 1

$$\text{轉速比} = \frac{-\frac{z_a}{z_c} - 1}{-1} = \frac{z_a + 1}{z_c} \quad (2.8)$$

入力軸與出力軸的旋轉方向相同(轉速比為正值)。

例如當 $z_a = 16$ 、 $z_b = 16$ 、 $z_c = 48$ 時, 轉速比為 1.33333。

(c) 星型

星型是支架 D 為固定的行星機構。

在星型機構中,行星齒輪有自轉沒有公轉。嚴格說來,星型行星齒輪機構不能說是行星機構。

當入力軸為太陽齒輪 A, 出力軸為內齒輪 C 時的轉速比為:

$$\text{轉速比} = -\frac{z_c}{z_a} \quad (2.9)$$

也就是說,行星齒輪做為惰輪(空轉輪)使用,對轉速比不產生影響。

入力軸與出力軸的旋轉方向相反(轉速比為負值)。

例如,當 $z_a = 16$ 、 $z_b = 16$ 、 $z_c = 48$ 時, 轉速比為 -3。

2.2 內擺線機構（少齒數差行星齒輪機構）

當內齒輪與正齒輪的齒數差很小時，在對齒輪予以適當的轉位後，可以避免干涉的發生。

假設內齒輪的齒數 $z_2 = 50$ ，齒數差由 1 到 8 的齒輪數據，列於表 2.3。

表 2.3 少齒數差的內齒輪和正齒輪 ($m = 1, \alpha = 20^\circ$)

z_1	49	48	47	46	45	44	43	42
x_1	0							
z_2	50							
x_2	1.00	0.60	0.40	0.30	0.20	0.11	0.06	0.01
α_b	61.0605°	46.0324°	37.4155°	32.4521°	28.2019°	24.5356°	22.3755°	20.3854°
a	0.971	1.354	1.775	2.227	2.666	3.099	3.557	4.010
ε	1.105	1.512	1.726	1.835	1.933	2.014	2.053	2.088

由於這些齒輪組合，不會發生漸開線干涉與滾跡線干涉，但是會發生脫離干涉。所以，在裝卸齒輪至咬合位置時，必須要沿軸方向來裝卸，不能沿半徑方向拆裝。

將少齒數差的轉位內齒輪用於內擺線機構時，一段即可獲得高轉速比。

此時的轉速比為：

$$\text{轉速比} = \frac{z_1}{z_2 - z_1} \quad (2.10)$$

圖 2.4 中為 $z_1 = 30$ 、 $z_2 = 31$ 的咬合，是內齒輪與正齒輪之齒數差為 1 的內擺線機構。

此時，轉速比為 30。

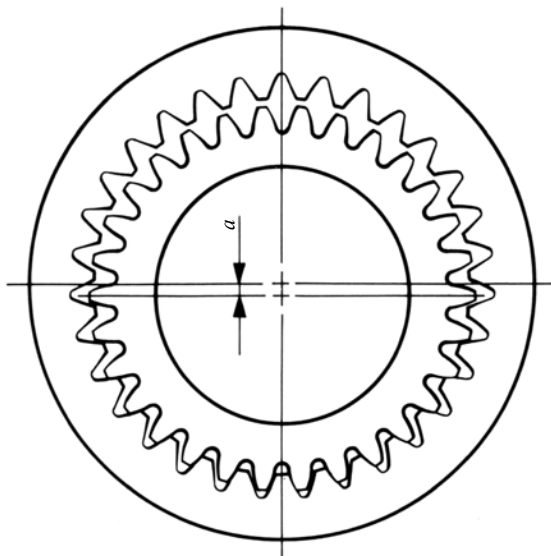


圖 2.4 齒數差為 1 的內齒輪與正齒輪的咬合

2.3 拘束咬合之齒輪鎖鏈

在行星齒輪中對拘束咬合條件的條件 2 已有說明（圖 2.2），的四個齒輪的咬合，被稱為拘束咬合之齒輪鎖鏈，此齒輪鎖鏈的特點是，咬合被拘束在齒輪鎖鏈中，繞一圈後會到原來的位置。

此齒輪鎖鏈中，如果不能滿足齒數條件的話，齒輪的咬合就無法成立。

圖 2.5 中所示的拘束咬合成立，設拘束咬合成立的齒數分別設為 z_1 、 z_2 、 z_3 。將圖中的封閉粗實線的長度除以拘束咬合成立齒輪的節距，得出的數值為整數的話，此拘束咬合才能成立。

公式 (2.11) 為咬合條件公式：

$$\frac{z_1 \theta_1}{180} + \frac{z_2 (180 + \theta_1 + \theta_2)}{180} + \frac{z_3 \theta_2}{180} = \text{整數} \quad (2.11)$$

圖 2.6 為使用齒條的拘束咬合齒輪鎖鏈。圖中粗實線部分的長度除以齒輪節距，若所得的商為整數，則此拘束咬合成立。

公式 (2.12) 為咬合條件公式：

$$\frac{z_1 \theta_1}{180} + \frac{z_2 (180 + \theta_1)}{180} + \frac{a}{\pi m} = \text{整數} \quad (2.12)$$

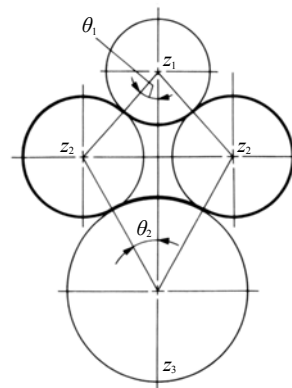


圖 2.5 拘束咬合之齒輪鎖鏈

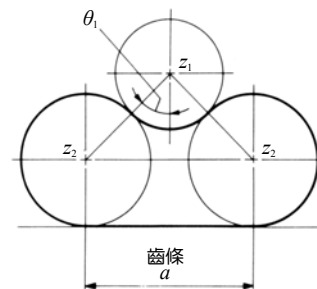


圖 2.6 拘束咬合之齒輪鎖鏈

3 齒輪的齒厚

齒輪的齒厚測定方法有二種，一種是直接測齒厚，另一種是測與齒厚有關的其他尺寸。

一般採用弦齒厚法，跨齒厚法，跨梢（球）法等三種方法。

3.1 弦齒厚法 (Chordal Thickness Method)

如圖 3.1 所示，以齒輪的齒頂圓為基準，用齒形卡鉗 (Tooth calipers) 測量節圓上的弦齒厚。

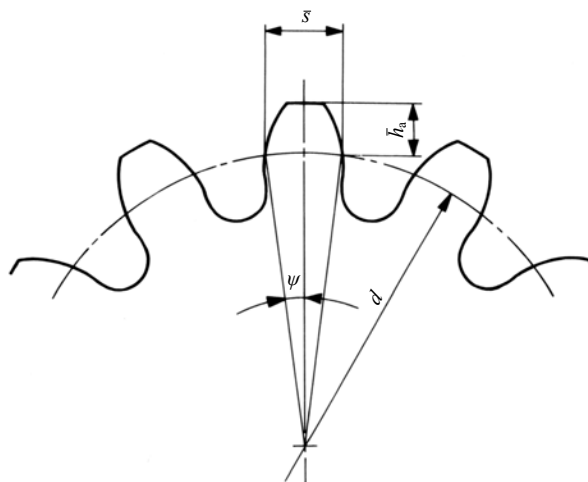


圖 3.1 弦齒厚法

(1) 正齒輪

表 3.1 為正齒輪的弦齒厚計算式。

表 3.1 正齒輪的弦齒厚

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	圓弧齒厚	s	$\left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha\right) m$	$m = 10$ $\alpha = 20^\circ$ $z = 12$ $x = +0.3$ $h_a = 13.000$ $s = 17.8918$ $\psi = 8.54270^\circ$ $\bar{s} = 17.8256$ $\bar{h}_a = 13.6657$
2	齒厚半角	ψ	$\frac{90}{z} + \frac{360x \tan \alpha}{\pi z}$	
3	弦齒厚	\bar{s}	$zm \sin \psi$	
4	弦齒高	\bar{h}_a	$\frac{zm}{2}(1 - \cos \psi) + h_a$	

(2) 齒條和螺旋齒條

因為齒條為直線齒形，因此使用計算式也相對的簡單，見表 3.2。

表 3.2 齒條的弦齒厚

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	弦齒厚	\bar{s}	$\frac{\pi m}{2}$ 或 $\frac{\pi m_a}{2}$	$m = 3$ $\alpha = 20^\circ$ $\bar{s} = 4.7124$ $\bar{h}_a = 3.0000$
2	弦齒高	\bar{h}_a	h_a	

螺旋齒條亦可使用上表的公式計算。

(3) 螺旋齒輪

弦齒厚要在齒直角平面上測定。

表 3.3 是齒直角方式螺旋齒輪的弦齒厚計算表。表

3.4 是軸直角方式螺旋齒輪的弦齒厚計算表。

表 3.3 齒直角方式螺旋齒輪的弦齒厚

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	齒直角圓弧齒厚	s_n	$\left(\frac{\pi}{2} + 2x_n \tan \alpha_n\right) m_n$	$m_n = 5$ $\alpha_n = 20^\circ$ $\beta = 25^\circ 00' 00''$ $z = 16$ $x_n = +0.2$ $h_a = 6.0000$ $s = 8.5819$ $z_v = 21.4928$ $\psi_v = 4.57556^\circ$ $\bar{s} = 8.5728$ $\bar{h}_a = 6.1712$
2	等價正齒輪齒厚	z_v	$\frac{z}{\cos^3 \beta}$	
3	齒厚半角	ψ_v	$\frac{90}{z_v} + \frac{360 x_n \tan \alpha_n}{\pi z_v}$	
4	弦齒厚	\bar{s}	$z_v m_n \sin \psi_v$	
5	弦齒高	\bar{h}_a	$\frac{z_v m_n}{2} (1 - \cos \psi_v) + h_a$	

表 3.4 軸直角方式螺旋齒輪的弦齒厚

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	齒直角圓弧齒厚	s_n	$\left(\frac{\pi}{2} + 2x_t \tan \alpha_t\right) m_t \cos \beta$	$m_t = 4$ $\alpha_t = 20^\circ$ $\beta = 22^\circ 30' 00''$ $z = 20$ $x_t = +0.3$ $h_a = 4.7184$ $s = 6.6119$ $z_v = 25.3620$ $\psi_v = 4.04196^\circ$ $\bar{s} = 6.6065$ $\bar{h}_a = 4.8350$
2	等價正齒輪齒厚	z_v	$\frac{z}{\cos^3 \beta}$	
3	齒厚半角	ψ_v	$\frac{90}{z_v} + \frac{360 x_t \tan \alpha_t}{\pi z_v}$	
4	弦齒厚	\bar{s}	$z_v m_t \cos \beta \sin \psi_v$	
5	弦齒高	\bar{h}_a	$\frac{z_v m_t \cos \beta}{2} (1 - \cos \psi_v) + h_a$	

(注) 上述計算例為 sunderland 齒形人字齒輪。

(4) 傘形齒輪

表 3.5 是格裡森直齒傘形齒輪的計算表, 表 3.6 是標準直齒傘形齒輪的計算表, 表 3.7 是 Gleason 彎齒傘形齒輪的弦齒厚計算表。

表中的弦齒高的計算公式為近似公式。

表 3.5 Gleason 直齒傘形齒輪的弦齒厚

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	圓弧齒厚係數 (橫轉位係數)	K	由圖 3.2 中查出。	$m = 4$ $\alpha = 20^\circ$ $\Sigma = 90^\circ$ $z_1 = 16$ $z_2 = 40$ $z_1/z_2 = 0.4$ $K = 0.0259$ $h_{a1} = 5.5456$ $h_{a2} = 2.4544$ $\delta_1 = 21.8014^\circ$ $\delta_2 = 68.1986^\circ$ $s_1 = 7.5119$ $s_2 = 5.0545$ $\bar{s}_1 = 7.4946$ $\bar{s}_2 = 5.0536$ $\bar{h}_{a1} = 5.7502$ $\bar{h}_{a2} = 2.4692$
2	圓弧齒厚	s_1	$\pi m - s_2$	
		s_2	$\frac{\pi m}{2} - (h_{a1} - h_{a2}) \tan \alpha - Km$	
3	弦齒厚	\bar{s}	$s - \frac{s^3}{6d^2}$	
4	弦齒高	\bar{h}_a	$h_a + \frac{s^2 \cos \delta}{4d}$	

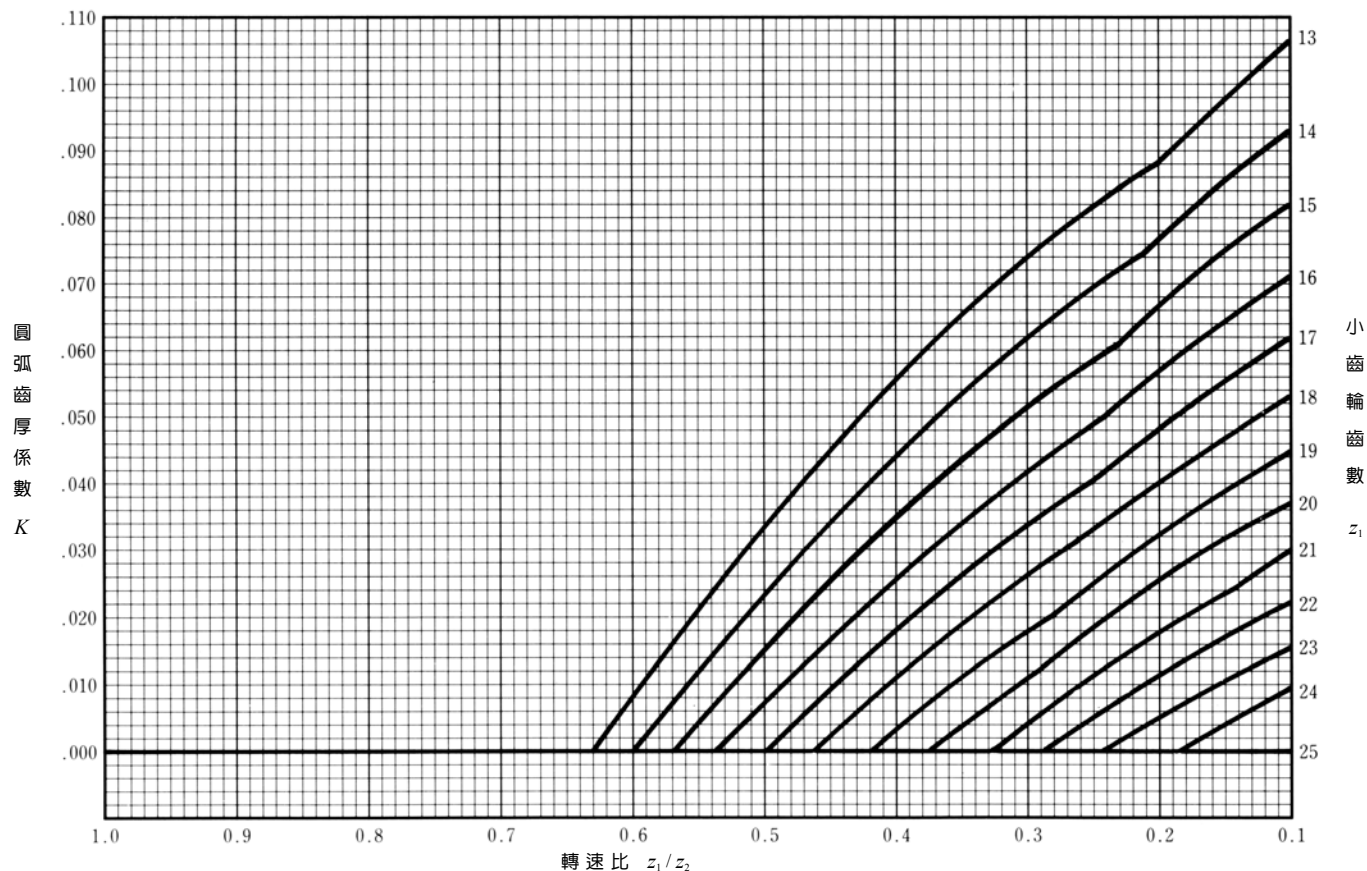


圖 3.2 Gleason 直齒傘形齒輪圓弧齒厚係數 (橫轉位係數)K 之線圖

表 3.6 標準直齒傘形齒輪的弦齒厚

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	圓弧齒厚	s	$\frac{\pi m}{2}$	$m = 4$ $\alpha = 20^\circ$ $\Sigma = 90^\circ$ $z_1 = 16$ $z_2 = 40$ $d_1 = 64$ $d_2 = 160$ $h_a = 4.0000$ $\delta_1 = 21.8014^\circ$ $\delta_2 = 68.1986^\circ$ $s = 6.2832$ $z_{v1} = 17.2325$ $z_{v2} = 107.7033$ $R_{v1} = 34.4650$ $R_{v2} = 215.4066$ $\psi_{v1} = 5.2227^\circ$ $\psi_{v2} = 0.83563^\circ$ $\bar{s}_1 = 6.2745$ $\bar{s}_2 = 6.2830$ $\bar{h}_{a1} = 4.1431$ $\bar{h}_{a2} = 4.0229$
2	等價齒輪齒數	z_v	$\frac{z}{\cos \delta}$	
3	背錐距離	R_v	$\frac{d}{2 \cos \delta}$	
4	齒厚半角	ψ_v	$\frac{90}{z_v}$	
5	弦齒厚	s	$z_v m \sin \psi_v$	
6	弦齒高	\bar{h}_a	$h_a + R(1 - \cos \psi_v)$	

若要使用 Gleason 切齒機切削直齒傘形齒輪時，需要計算齒厚角 (Tooth angle)。

齒厚角的計算式如 (3.1) 所示：

$$\text{齒厚角 } (^\circ) = \frac{180}{\pi R} \left(\frac{s}{2} + h_f \tan \alpha \right) \quad (3.1)$$

這是在切削直齒傘形齒輪時，為決定圓弧齒厚 s 的設定，所需之參考數據。

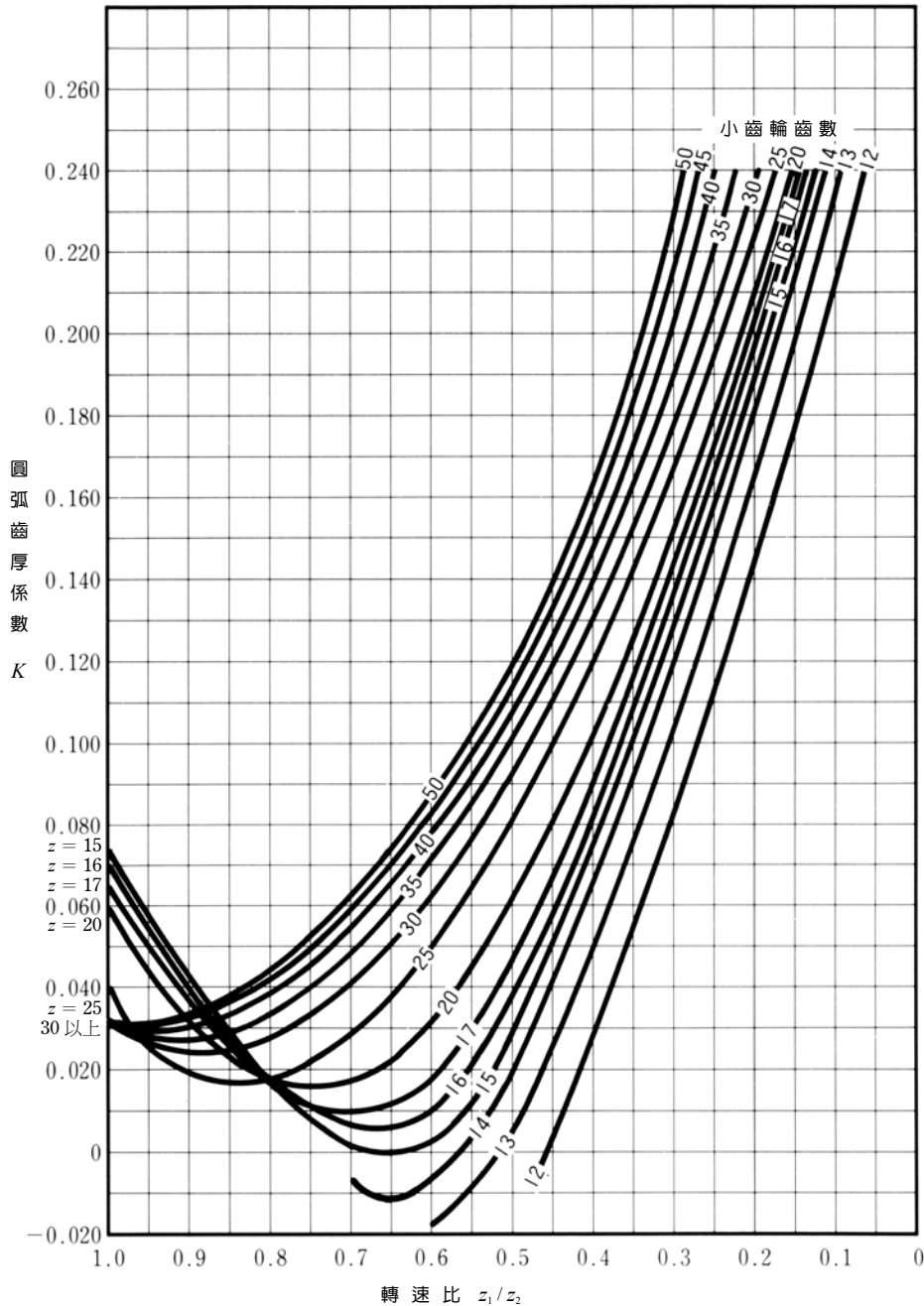


圖 3.3 Gleason 彎齒傘形齒輪圓弧齒厚係數
(橫轉位係數)K 之線圖

表 3.7 Gleason 彎齒傘形齒輪之圓弧齒厚

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	橫轉位係數	K	由圖 3.3 中查出。	$\Sigma = 90^\circ$ $m = 3$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z_1 = 20$ $z_2 = 40$ $\beta_m = 35^\circ$
2	圓弧齒厚	s_1 s_2	$p - s_2$ $\frac{p}{2} - (h_{a1} - h_{a2}) \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_m} - Km$	$h_{a1} = 3.4275$ $h_{a2} = 1.6725$ $K = 0.060$ $p = 9.4248$ $s_1 = 5.6722$ $s_2 = 3.7526$

弦齒厚的計算式，因切齒方式之不同而異，計算也非常複雜，在此省略。

(5) 蝸輪蝸桿

表 3.8 是軸向模數方式蝸輪蝸桿的計算表。

表 3.9 是齒直角方式蝸輪蝸桿的計算表。

表 3.8 軸向模數方式蝸輪蝸桿

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例	
1	軸直角圓弧齒厚	s_{t1}	$\frac{\pi m_t}{2}$	$m_t = 3$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z_1 = 2$ $d_1 = 38$ $a = 65$ $z_2 = 30$ $d_2 = 90$ $x_{t2} = +0.33333$ $h_{a1} = 3.0000$ $\gamma = 8.97263^\circ$ $\alpha_t = 20.22780^\circ$ $s_{t1} = 4.71239$ $\bar{s}_1 = 4.6547$ $\bar{h}_{a1} = 3.0035$	
		s_{t2}	$\left(\frac{\pi}{2} + 2x_{t2} \tan \alpha_t\right) m_t$		
2	等價正齒輪齒數 (蝸輪)	z_{v2}	$\frac{z_2}{\cos^3 \gamma}$		$h_{a2} = 4.0000$
3	齒厚半角 (蝸輪)	ψ_{v2}	$\frac{90}{z_{v2}} + \frac{360x_{t2} \tan \alpha_t}{\pi z_{v2}}$		$s_{t2} = 5.44934$ $z_{v2} = 31.12885$ $\psi_{v2} = 3.34335^\circ$
4	弦齒厚	\bar{s}_1 \bar{s}_2	$s_{t1} \cos \gamma$ $z_v m_t \cos \gamma \sin \psi_{v2}$		$\bar{s}_2 = 31.12885$ $\bar{s}_2 = 5.3796$
5	弦齒高	\bar{h}_{a1}	$h_{a1} + \frac{(s_{t1} \sin \gamma \cos \gamma)^2}{4 d_1}$	$\bar{s}_2 = 5.3796$ $\bar{h}_{a2} = 4.0785$	
		\bar{h}_{a2}	$h_{a2} + \frac{z_v m_t \cos \gamma}{2} (1 - \cos \psi_{v2})$		

表 3.9 齒直角方式蝸輪蝸桿

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	齒直角圓弧齒厚	s_{n1}	$\frac{\pi m_n}{2}$	$m_n = 3$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z_1 = 2$ $d_1 = 38$ $a = 65$ $z_2 = 30$ $d_2 = 91.1433$ $x_{n2} = 0.14278$ $h_{a2} = 3.42835$ $h_{a1} = 3.0000$ $\gamma = 9.08472^\circ$ $s_{n1} = 4.71239$ $s_{n2} = 5.02419$ $z_{v2} = 31.15789$ $\psi_{v2} = 3.07964^\circ$ $\bar{s}_1 = 4.7124$ $\bar{h}_{a1} = 3.0036$ $\bar{s}_2 = 5.0218$ $\bar{h}_{a2} = 3.4958$
		s_{n2}	$\left(\frac{\pi}{2} + 2x_{n2} \tan \alpha_n\right) m_n$	
2	等價正齒輪齒數 (蝸輪)	z_{v2}	$\frac{z_2}{\cos^3 \gamma}$	
3	齒厚半角 (蝸輪)	ψ_{v2}	$\frac{90}{z_{v2}} + \frac{360x_{n2} \tan \alpha_n}{\pi z_{v2}}$	
4	弦齒厚	\bar{s}_1 \bar{s}_2	s_{n1} $z_{v2} m_n \sin \psi_{v2}$	
5	弦齒高	\bar{h}_{a1}	$h_{a1} + \frac{(s_{n1} \sin \gamma)^2}{4 d_1}$	
		\bar{h}_{a2}	$h_{a2} + \frac{z_v m_n}{2} (1 - \cos \psi_{v2})$	

3.2 跨齒厚法 (Span Measuring Method)

如圖 3.4 所示, 使用齒厚千分表 (tooth thickness micrometer) 測定跨齒數為 k 之跨齒厚 W 。用這個方法所量測出的跨齒厚等於基圓上基圓齒厚 s_{bn} 與基圓節距 $p_{bn} \times (k - 1)$ 之和。

(1) 正齒輪與內齒輪

正齒輪與內齒輪之跨齒厚計算式列於表 3.10。

表 3.10 正齒輪及內齒輪的跨齒厚

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	跨齒數	k	$k_{th} = zK(f) + 0.5$ k 取與 k_{th} 最接近的整數。	$m = 3$ $\alpha = 20^\circ$ $z = 24$ $x = +0.4$
2	跨齒厚	W	$m \cos \alpha \{ \pi (k - 0.5) + z \operatorname{inv} \alpha \}$ $+ 2xm \sin \alpha$	$k_{th} = 3.78787$ $k = 4$ $W = 32.8266$

注 1. 此時

$$K(f) = \frac{1}{\pi} \{ \sec \alpha \sqrt{(1 + 2f)^2 - \cos^2 \alpha} - \operatorname{inv} \alpha - 2f \tan \alpha \} \quad (3.2)$$

$$\text{其中 } f = \frac{x}{z}$$

圖 3.4 為正齒輪的跨齒厚測定法, 測量齒的外側尺寸。

內齒輪的齒形, 因為齒溝的部分為齒之所在, 因此, 內齒輪的跨齒厚量測時與正齒輪相反, 要在齒的內測進行。

(2) 螺旋齒輪

表 3.11 是齒直角方式螺旋齒輪的跨齒厚計算表。表 3.12 是軸直角方式螺旋齒輪的跨齒厚計算表。

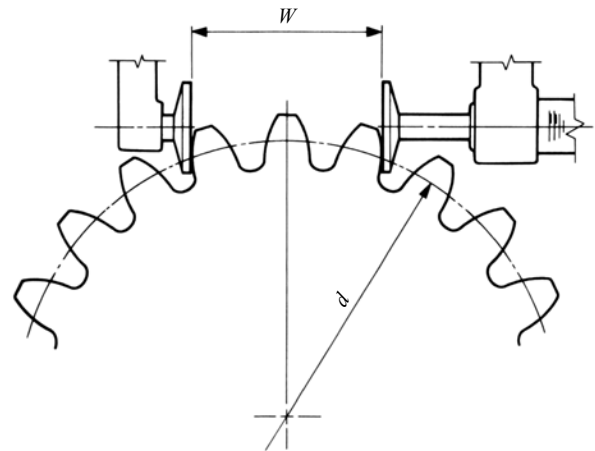


圖 3.4 公法線長度法 (正齒輪)

表 3.11 齒直角方式螺旋齒輪的跨齒厚

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	跨齒數	k	$k_{th} = zK(f, \beta) + 0.5$ k 取與 k_{th} 最接近的整數。	$m_n = 3, \alpha_n = 20^\circ, z = 24$ $\beta = 25^\circ 00' 00''$ $x_n = +0.4$ $\alpha_t = 21.88023^\circ$
2	跨齒厚	W	$m_n \cos \alpha_n \{ \pi (k - 0.5) + z \operatorname{inv} \alpha_t \}$ $+ 2x_n m_n \sin \alpha_n$	$k_{th} = 4.63009$ $k = 5$ $W = 42.0085$

注 1. 此時

$$K(f, \beta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \left(1 + \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha_n} \right) \sqrt{(\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha_n) (\sec \beta + 2f)^2 - 1} - \operatorname{inv} \alpha_t - 2f \tan \alpha_n \right\} \quad (3.3)$$

$$\text{其中 } f = \frac{x_n}{z}$$

表 3.12 軸直角方式螺旋齒輪的跨齒厚

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	跨齒數	k	$k_{th} = zK(f, \beta) + 0.5$ k 取與 k_{th} 最接近的整數.	$m_t = 3, \alpha_t = 20^\circ, z = 24$ $\beta = 22^\circ 30' 00''$ $x_t = +0.4$ $\alpha_n = 18.58597^\circ$
2	跨齒厚	W	$m_t \cos \beta \cos \alpha_n \{ \pi (k - 0.5) + z \operatorname{inv} \alpha_t \} + 2x_t m_t \sin \alpha_n$	$k_{th} = 4.31728$ $k = 4$ $W = 30.5910$

注 1. 此時

$$K(f, \beta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \left(1 + \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha_n} \right) \sqrt{(\cos^2 \beta + \tan^2 \alpha_n) (\sec \beta + 2f)^2 - 1} - \operatorname{inv} \alpha_t - 2f \tan \alpha_n \right\} \quad (3.4)$$

$$\text{其中 } f = \frac{x_t}{z \cos \beta}$$

如圖 3.5 所示，螺旋齒輪的跨齒厚量測時，需要有足夠的齒幅。

如果設最窄齒幅為 b_{\min} 的話：

$$\text{則 } b_{\min} = W \sin \beta_b + \Delta b \quad (3.5)$$

其中 β_b 是基圓螺旋角。

$$\left. \begin{aligned} \beta_b &= \tan^{-1} (\tan \beta \cos \alpha_t) \\ &= \sin^{-1} (\sin \beta \cos \alpha_n) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

為了能安定平穩地量取測定值， Δb 的量至少要取 3mm 左右。

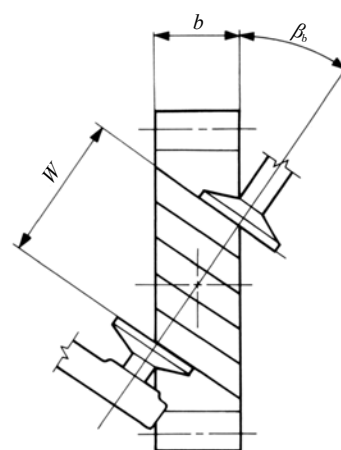


圖 3.5 斜齒齒輪的齒寬

3.3 跨梢（球）法 (Over Pin or Ball Measuring Method)

量測正齒輪及螺旋齒輪時，如圖 3.6 所示。如為偶數齒時，跨梢（球）放入 180 度相對的兩齒溝中，若為奇數齒時，將跨梢（球）放入偏 180/z (°) 度（半個節距）的齒溝中，然後再測定其外側尺寸。

量測內齒輪時，則測定其內側尺寸。

量測齒條時如圖 3.8 所示，將跨梢（球）放入齒溝中，用千分表測量從基準面到跨梢（球）外側的高。只需使用一個梢或球。

測定蝸桿時，將三根梢放入齒溝中，測量其外側尺寸。

這種方法與用於螺絲精密測定時所使用的三針法相同。

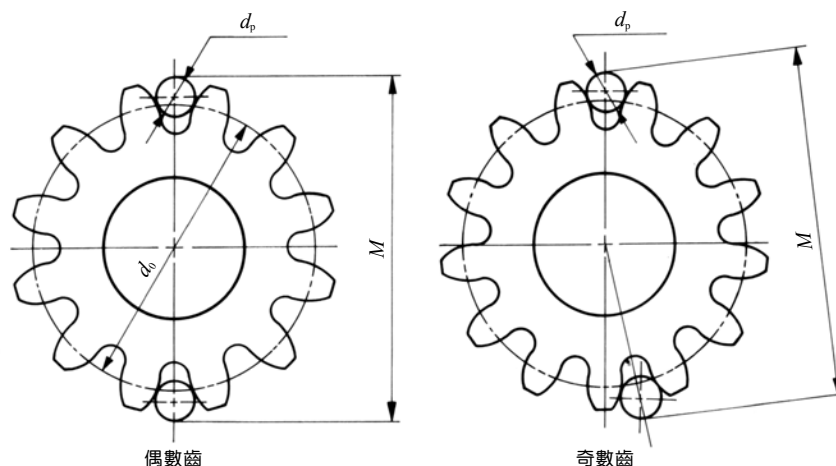


圖 3.6 正齒輪的跨梢（球）法

(1) 正齒輪

跨梢(球)法的梢(球),必須要能相切於標準齒輪之節圓或轉位齒輪之 $d + 2xm$ 圓與齒面之交點最為理想。

如圖 3.7 中所示,為正齒輪求出在理想交點上的梢(球)直徑的方法,計算式列於表 3.13.

表 3.13 正齒輪的理想梢(球)直徑

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	齒溝半角	η	$\left(\frac{\pi}{2z} - \text{inv } \alpha\right) - \frac{2x \tan \alpha}{z}$	$m = 1$ $\alpha = 20^\circ$ $z = 20$ $x = 0$ $\eta = 0.0636354$ $\alpha' = 20^\circ$ $\varphi = 0.4276057$ $d'_p = 1.7245$
2	梢(球)與齒面接觸點上的壓力角	α'	$\cos^{-1} \left\{ \frac{zm \cos \alpha}{(z + 2x)m} \right\}$	
3	通過梢(球)中心的壓力角	φ	$\tan \alpha' + \eta$	
4	理想梢(球)直徑	d'_p	$zm \cos \alpha (\text{inv } \varphi + \eta)$	

注: η 、 φ 的單位是弧度(弧度).

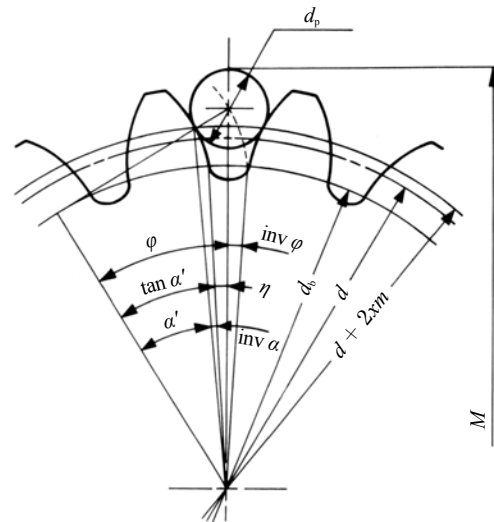


圖 3.7 正齒輪的量柱跨距

在這裏所計算出的梢(球)的直徑為理想值,需要特別訂製,才能得到。

此時,使用與所算得理想值相近並可在市場上購得之高精度梢(球)來測量,才是比較實際的。

梢(球)直徑決定之後,代入表 3.14 計算跨梢(球)尺寸。

表 3.14 正齒輪的跨梢(球)尺寸

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	梢(球)直徑	d_p	注 1	$d_p = 1.7$ (設定) $\text{inv } \varphi = 0.0268197$ $\varphi = 24.1350^\circ$ $M = 22.2941$
2	φ 的漸開線函數	$\text{inv } \varphi$	$\frac{d_p}{zm \cos \alpha} - \frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha + \frac{2x \tan \alpha}{z}$	
3	通過跨梢(球)中心的壓力角	φ	由漸開線函數表中查出。	
4	跨梢(球)尺寸	M	偶數齒時 $\frac{zm \cos \alpha}{\cos \varphi} + d_p$ 奇數齒時 $\frac{zm \cos \alpha}{\cos \varphi} \cos \frac{90^\circ}{z} + d_p$	

注 1. 使用由表 3.13 所求出的理想梢(球)直徑或與之接近的直徑。

表 3.15 為模數 $m = 1$, 標準壓力角 $\alpha = 20^\circ$ 的正齒輪齒面在 $d + 2xm$ 圓上與梢(球)相切時, 梢(球)直徑的計算值。

表 3.15 $d + 2xm$ 圓上與正齒輪齒面相切的梢(球)直徑 $m = 1, \alpha = 20^\circ$

齒數 z	轉 位 係 數 x							
	- 0.4	- 0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
10		1.6348	1.7886	1.9979	2.2687	2.6079	3.0248	3.5315
20	1.6231	1.6599	1.7245	1.8149	1.9306	2.0718	2.2389	2.4329
30	1.6418	1.6649	1.7057	1.7632	1.8369	1.9267	2.0324	2.1542
40	1.6500	1.6669	1.6967	1.7389	1.7930	1.8589	1.9365	2.0257
50	1.6547	1.6680	1.6915	1.7248	1.7675	1.8196	1.8810	1.9516
60	1.6577	1.6687	1.6881	1.7155	1.7509	1.7940	1.8448	1.9032
70	1.6598	1.6692	1.6857	1.7090	1.7392	1.7759	1.8193	1.8691
80	1.6614	1.6695	1.6839	1.7042	1.7305	1.7625	1.8003	1.8438
90	1.6625	1.6698	1.6825	1.7005	1.7237	1.7521	1.7857	1.8242
100	1.6635	1.6700	1.6814	1.6975	1.7184	1.7439	1.7740	1.8087
110	1.6642	1.6701	1.6805	1.6951	1.7140	1.7372	1.7645	1.7960
120	1.6649	1.6703	1.6797	1.6931	1.7104	1.7316	1.7567	1.7855
130	1.6654	1.6704	1.6791	1.6914	1.7074	1.7269	1.7500	1.7766
140	1.6659	1.6705	1.6785	1.6900	1.7048	1.7229	1.7444	1.7690
150	1.6663	1.6706	1.6781	1.6887	1.7025	1.7195	1.7394	1.7625
160	1.6666	1.6706	1.6777	1.6877	1.7006	1.7164	1.7351	1.7567
170	1.6669	1.6707	1.6773	1.6867	1.6989	1.7138	1.7314	1.7517
180	1.6672	1.6708	1.6770	1.6858	1.6973	1.7114	1.7280	1.7472
190	1.6674	1.6708	1.6767	1.6851	1.6960	1.7093	1.7250	1.7432
200	1.6676	1.6708	1.6764	1.6844	1.6947	1.7074	1.7223	1.7396

(2) 齒條與螺旋齒條

齒條節線在齒面上與梢(球)相切的情形是最為理想的。

齒條的跨梢(球)尺寸計算列於表 3.16。

螺旋齒條時, 將表中的模數 m 換成齒直角模數 m_n , 標準壓力角 α 換成齒直角壓力角 α_n 後計算即可。

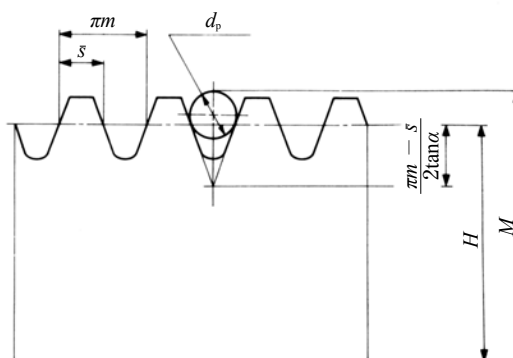


圖 3.8 齒條的跨梢(球)尺寸

表 3.16 齒條的跨梢(球)尺寸

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	理想梢(球)直徑	d'_p	$\frac{\pi m - \bar{s}}{\cos \alpha}$	$m = 1$ $\alpha = 20^\circ$ $\bar{s} = 1.5708$ $d'_p = 1.6716$
2	跨梢(球)尺寸	M	$H - \frac{\pi m - \bar{s}}{2 \tan \alpha} + \frac{d'_p}{2} \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha} \right)$	$d_p = 1.7$ (設定) $H = 14.0000$ $M = 15.1774$

表 3.16A 螺旋齒條的跨梢(球)尺寸

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	理想梢(球)直徑	d'_p	$\frac{\pi m_n - \bar{s}}{\cos \alpha_n}$	$m_n = 1$ $\alpha_n = 20^\circ, \beta = 15^\circ$ $\bar{s} = 1.5708$ $d'_p = 1.6716$
2	跨梢(球)尺寸	M	$H - \frac{\pi m_n - \bar{s}}{2 \tan \alpha_n} + \frac{d'_p}{2} \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha_n}\right)$	$d'_p = 1.7$ (設定) $H = 14.0000$ $M = 15.1774$

(3) 內齒輪

如圖 3.9 所示, 在內齒輪的情況下, 也是以梢(球)在 $d + 2xm$ 圓上與內齒輪齒面相切是最為理想的。

表 3.17 為理想梢(球)直徑的求法計算, 表 3.18 為內齒輪的跨梢(球)尺寸計算。

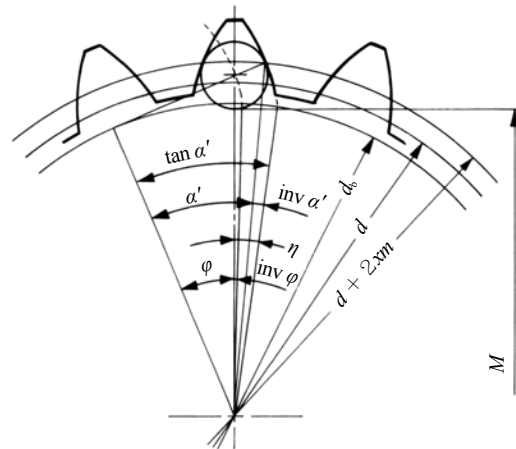


圖 3.9 內齒輪的跨梢(球)尺寸

表 3.17 內齒輪的理想梢(球)直徑

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	齒溝半角	η	$\left(\frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha\right) + \frac{2x \tan \alpha}{z}$	$m = 1$
2	梢(球)與齒面切點上的壓力角	α'	$\cos^{-1} \left\{ \frac{zm \cos \alpha}{(z + 2x)m} \right\}$	$\alpha = 20^\circ$ $z = 40$ $x = 0$
3	通過梢(球)中心的壓力角	φ	$\tan \alpha' - \eta$	$\eta = 0.054174$ $\alpha' = 20^\circ$
4	理想梢(球)直徑	d'_p	$zm \cos \alpha (\eta - \text{inv } \varphi)$	$\varphi = 0.30796$ $d'_p = 1.6489$

注: η 、 φ 的單位是弧度(弧度)。

表 3.18 內齒輪的跨梢(球)尺寸

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	梢(球)直徑	d_p	注 1	$d_p = 1.7$ (設定) $\text{inv } \varphi = 0.0089467$ $\varphi = 16.9521^\circ$ $M = 37.5951$
2	φ 的漸開線函數	$\text{inv } \varphi$	$\left(\frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha\right) - \frac{d_p}{zm \cos \alpha} + \frac{2x \tan \alpha}{z}$	
3	通過跨梢中心的壓力角	φ	由漸開線函數表中查出。	
4	跨梢(球)尺寸	M	偶數齒時 $\frac{zm \cos \alpha}{\cos \varphi} - d_p$ 奇數齒時 $\frac{zm \cos \alpha}{\cos \varphi} \cos \frac{90^\circ}{z} - d_p$	

注 1. 使用經由表 3.16 所求得的梢(球)直徑或與之接近的直徑。

表 3.19 為模數 $m = 1$, 分度圓壓力角 $\alpha = 20^\circ$ 的內齒輪在 $d + 2xm$ 的圓上與量柱(球)相接時, 量柱(球)的計算直徑值.

表 3.19 在 $d + 2xm$ 圓上與內齒輪齒面相切的梢(球)直徑

$m = 1 \quad \alpha = 20^\circ$

齒數 z	轉位係數 x							
	- 0.4	- 0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
10	—	1.4789	1.5936	1.6758	1.7283	1.7519	1.7460	1.7092
20	1.4687	1.5604	1.6284	1.6759	1.7047	1.7154	1.7084	1.6837
30	1.5309	1.5942	1.6418	1.6751	1.6949	1.7016	1.6956	1.6771
40	1.5640	1.6123	1.6489	1.6745	1.6895	1.6944	1.6893	1.6744
50	1.5845	1.6236	1.6533	1.6740	1.6862	1.6900	1.6856	1.6732
60	1.5985	1.6312	1.6562	1.6737	1.6839	1.6870	1.6832	1.6725
70	1.6086	1.6368	1.6583	1.6734	1.6822	1.6849	1.6815	1.6721
80	1.6162	1.6410	1.6600	1.6732	1.6810	1.6833	1.6802	1.6718
90	1.6222	1.6443	1.6612	1.6731	1.6800	1.6820	1.6792	1.6717
100	1.6270	1.6470	1.6622	1.6729	1.6792	1.6810	1.6784	1.6716
110	1.6310	1.6492	1.6631	1.6728	1.6785	1.6801	1.6778	1.6715
120	1.6343	1.6510	1.6638	1.6727	1.6779	1.6794	1.6772	1.6714
130	1.6371	1.6525	1.6644	1.6727	1.6775	1.6788	1.6768	1.6714
140	1.6396	1.6539	1.6649	1.6726	1.6771	1.6783	1.6764	1.6714
150	1.6417	1.6550	1.6653	1.6725	1.6767	1.6779	1.6761	1.6713
160	1.6435	1.6561	1.6657	1.6725	1.6764	1.6775	1.6758	1.6713
170	1.6451	1.6570	1.6661	1.6724	1.6761	1.6772	1.6755	1.6713
180	1.6466	1.6578	1.6664	1.6724	1.6759	1.6768	1.6753	1.6713
190	1.6479	1.6585	1.6666	1.6724	1.6757	1.6766	1.6751	1.6713
200	1.6491	1.6591	1.6669	1.6723	1.6755	1.6763	1.6749	1.6713

(4) 螺旋齒輪

在螺旋齒輪上, $d + 2x_n m_n$ 圓與齒輪齒面相切的理想梢(球)直徑, 利用正齒輪的梢(球)直徑公式, 將式中的齒數由 z 換成等價正齒輪齒數 z_v , 即可算得梢(球)直

徑的值.

表 3.20 是齒直角方式螺旋齒輪梢(球)直徑的計算, 表 3.21 是跨梢(球)尺寸的計算.

表 3.20 齒直角方式螺旋齒輪的理想梢(球)直徑

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	等價正齒輪齒數	z_v	$\frac{z}{\cos^3 \beta}$	$m_n = 1$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z = 20$ $\beta = 15^\circ 00' 00''$ $x_n = + 0.4$ $z_v = 22.19211$ $\eta_v = 0.0427566$ $\alpha'_v = 24.90647^\circ$ $\varphi_v = 0.507078$ $d'_p = 1.9020$
2	齒溝半角	η_v	$\frac{\pi}{2z_v} - \text{inv } \alpha_n - \frac{2x_n \tan \alpha_n}{z_v}$	
3	梢(球)與齒面切點上的壓力	α'_v	$\cos^{-1} \left(\frac{z_v \cos \alpha_n}{z_v + 2x_n} \right)$	
4	通過梢(球)中心的壓力角	φ_v	$\tan \alpha'_v + \eta_v$	
5	理想梢(球)直徑	d'_p	$z_v m_n \cos \alpha_n (\text{inv } \varphi_v + \eta_v)$	

注. η_v 、 φ_v 的單位為弧度(弧度).

表 3.21 齒直角方式螺旋齒輪的跨梢(球)尺寸

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	梢(球)直徑	d_p	注 1	$d_p = 2$ (設定) $\alpha_t = 20.646896^\circ$ $\text{inv } \varphi = 0.058890$ $\varphi = 30.8534^\circ$ $M = 24.5696$
2	φ 的漸開線函數	$\text{inv } \varphi$	$\frac{d_p}{m_n z \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha_t + \frac{2x_n \tan \alpha_n}{z}$	
3	通過中心的壓力角	φ	由漸開線函數表中查出.	
4	跨梢(球)尺寸	M	偶數齒時 $\frac{zm_n \cos \alpha_t}{\cos \beta \cos \varphi} + d_p$ 奇數齒時 $\frac{zm_n \cos \alpha_t}{\cos \beta \cos \varphi} \cos \frac{90^\circ}{z} + d_p$	

注 1. 使用經由表 3.20 所求得的梢(球)直徑或與之接近的直徑。

表 3.22 是軸直角方式螺旋齒輪梢(球)直徑的計算,
表 3.23 是跨梢(球)尺寸的計算。

表 3.22 軸直角方式螺旋齒輪的理想梢(球)直徑

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	等價正齒輪齒數	z_v	$\frac{z}{\cos^3 \beta}$	$m_t = 3$ $\alpha_t = 20^\circ$ $z = 36$ $\beta = 33^\circ 33' 26.3''$ $\alpha_n = 16.87300^\circ$ $x_t = +0.2$ $z_v = 62.20800$ $\eta_v = 0.014091$ $\alpha'_v = 18.26390$ $\varphi_v = 0.34411$ $\text{inv } \varphi_v = 0.014258$ $d'_p = 4.2190$
2	齒溝半角	η_v	$\frac{\pi}{2z_v} - \text{inv } \alpha_n - \frac{2x_t \tan \alpha_t}{z_v}$	
3	梢(球)與齒面切點上的壓力角	α'_v	$\cos^{-1} \left(\frac{z_v \cos \alpha_n}{z_v + 2 \frac{x_t}{\cos \beta}} \right)$	
4	通過梢(球)中心的壓力角	φ_v	$\tan \alpha'_v + \eta_v$	
5	理想梢(球)直徑	d'_p	$z_v m_t \cos \beta \cos \alpha_n (\text{inv } \varphi_v + \eta_v)$	

注. η_v 、 φ_v 的單位為弧度(弧度)。

表 3.23 軸直角方式螺旋齒輪的跨梢(球)尺寸

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	梢(球)直徑	d_p	注 1	$d_p = 4.5$ $\text{inv } \varphi = 0.027564$ $\varphi = 24.3453^\circ$ $M = 115.892$
2	φ 的漸開線函數	$\text{inv } \varphi$	$\frac{d_p}{m_n z \cos \beta \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z} + \text{inv } \alpha_t + \frac{2x_t \tan \alpha_t}{z}$	
3	通過球心的壓力角	φ	由漸開線函數表中查出.	
4	跨梢(球)尺寸	M	偶數齒時 $\frac{zm_t \cos \alpha_t}{\cos \varphi} + d_p$ 奇數齒時 $\frac{zm_t \cos \alpha_t}{\cos \varphi} \cos \frac{90^\circ}{z} + d_p$	

注 1. 使用通過表 3.22 所求出的量球(柱)直徑或與之接近的量球。

(5) 蝸桿的三針法

蝸桿的齒形中最被廣泛使用的Ⅲ型齒形，雖然是以工具壓力角 $\alpha_0 = 20^\circ$ 做為基準，但是用此刀具所切削出蝸桿的齒直角壓力角 α_n 將小於 20° ，齒直角壓力角 α_n 的求法，AGMA(美國齒輪製造商協會) 提出下列的近似式可以使用。

$$\alpha_n = \alpha_0 - \frac{90}{z_1} \frac{r}{r_0 \cos^2 \gamma + r} \sin^3 \gamma \quad (3.7)$$

其中 r : 蝸桿的標準圓半徑

r_0 : 刀具半徑

z_1 : 蝸桿的牙數

γ : 蝸桿的節圓筒導角

有關蝸桿Ⅲ型齒形之三針尺寸的資料非常少，在這裏介紹幾種近似的計算方法。

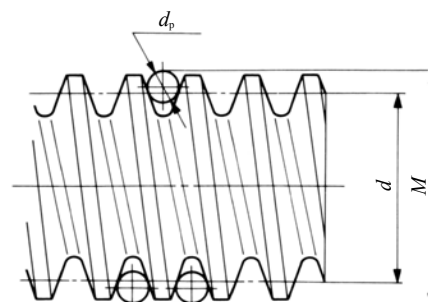


圖 3.10 蝸桿的三量柱法

(a) 將蝸桿看成與齒條相同的直線齒形進行計算

如果將蝸桿的齒形近似地看成直線齒形的話，可以與齒條同樣利用表 3.24 的方法進行計算。

表 3.24 蝸桿的三針尺寸的計算 (a)-1

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	理想稍直徑	d'_p	$\frac{\pi m_x}{2 \cos \alpha_x}$	$m_x = 2$ $z_1 = 1$ $\gamma = 3.691386^\circ$ $\alpha_x = 20.03827^\circ$ $d'_p = 3.3440$ $d_p = 3.3$ $M = 35.3173$
2	三針尺寸	M	$d_1 - \frac{\pi m_x}{2 \tan \alpha_x} + d_p \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha_x} \right)$	$\alpha_n = 20^\circ$ $d_1 = 31$

但是，這種方法中，因為蝸桿的導角很小，所以省略不考慮其影響。但當導角變大時，誤差也將隨之增加。

考慮導角影響的計算方法列於表 3.25。

表 3.25 蝸桿的三針尺寸的計算 (a)-2

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	理想稍直徑	d'_p	$\frac{\pi m_n}{2 \cos \alpha_n}$	$m_x = 2$ $z_1 = 1$ $\gamma = 3.691386^\circ$ $\alpha_n = 20^\circ$ $d_1 = 31$
2	三針尺寸	M	$d_1 - \frac{\pi m_n}{2 \tan \alpha_n} + d_p \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha_n} \right) - \frac{(d_p \cos \alpha_n \sin \gamma)^2}{2d_1}$	$m_n = 1.99585$ $d'_p = 3.3363$ $d_p = 3.3$ $M = 35.3344$

(b) 螺旋齒輪的計算式近似代用法

這種方法是將螺旋齒輪的跨梢尺寸計算式做為蝸桿的三針尺寸計算的代用公式來計算。

由於Ⅲ型的蝸桿齒形不是漸開線齒形，所以這種方法只是一種近似的代用法，不過在實際應用上已夠使用。

表 3.26，3.27 是軸向模數方式蝸桿的三針尺寸計算表。

表 3.28，3.29 是法向模數方式蝸桿的三針尺寸計算表。

表 3.26 軸向模數方式蝸桿的理想梢直徑

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	等價正齒輪齒數	z_v	$\frac{z_1}{\cos^3(90^\circ - \gamma)}$	$m_x = 2$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z_1 = 1$ $d_1 = 31$ $\gamma = 3.691386^\circ$ $z_v = 3747.1491$ $\eta_v = -0.014485$ $\alpha'_v = 20^\circ$ $\varphi_v = 0.349485$ $\text{inv } \varphi_v = 0.014960$ $d'_p = 3.3382$
2	齒溝半角	η_v	$\frac{\pi}{2z_v} - \text{inv } \alpha_n$	
3	梢與齒面切點上的壓力角	α'_v	$\cos^{-1}\left(\frac{z_v \cos \alpha_n}{z_1}\right)$	
4	通過梢中心的壓力角	φ_v	$\tan \alpha'_v + \eta_v$	
5	理想梢直徑	d'_p	$z_v m_x \cos \gamma \cos \alpha_n (\text{inv } \varphi_v + \eta_v)$	

注： η_v 、 φ_v 的單位為弧度（弧度）。

表 3.27 軸向模數方式蝸桿的三針尺寸

序號	計算項目	記號	計算公式	計算例
1	梢直徑	d_p	注 1	$d_p = 3.3$ $\alpha_t = 76.96878^\circ$ $\text{inv } \alpha = 4.257549$ $\text{inv } \varphi = 4.446297$ $\varphi = 80.2959^\circ$ $M = 35.3345$
2	φ 的漸開線函數	$\text{inv } \varphi$	$\frac{d_p}{m_x z_1 \cos \gamma \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z_1} + \text{inv } \alpha_t$	
3	通過梢中心的壓力角	φ	由漸開線函數表中查出。	
4	三針尺寸	M	$\frac{z_1 m_x \cos \alpha_t}{\tan \gamma \cos \varphi} + d_p$	

注 1. 使用經由表 3.26 所求出的梢直徑或與之接近的直徑。

注 2. 此時 $\alpha_t = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \alpha_n}{\sin \gamma}\right)$

下面介紹法向（齒直角）模數方式蝸桿的計算方法。

基本上說，不論是軸向模數還是法向模數方式，皆可使用完全相同的計算式來計算。不過為了與所採用的模數系統相吻合，遂將計算式依模數的形式做了調整..

表 3.28 齒直角模數方式蝸桿的理想梢直徑

序號	計算項目	記號	計算式	計算例
1	等價正齒輪齒數	z_v	$\frac{z_1}{\cos^3(90^\circ - \gamma)}$	$m_n = 2.5$ $\alpha_n = 20^\circ$ $z_1 = 1$ $d_1 = 37$ $\gamma = 3.874288^\circ$ $z_v = 3241.792$ $\eta_v = -0.014420$ $\alpha'_v = 20^\circ$ $\varphi_v = 0.349550$ $\text{inv } \varphi_v = 0.0149687$ $d'_p = 4.1785$
2	齒溝半角	η_v	$\frac{\pi}{2z_v} - \text{inv } \alpha_n$	
3	梢與齒面切點上的壓力角	α'_v	$\cos^{-1}\left(\frac{z_v \cos \alpha_n}{z_v}\right)$	
4	通過梢中心的壓力角	φ_v	$\tan \alpha'_v + \eta_v$	
5	理想梢直徑	d'_p	$z_v m_n \cos \alpha_n (\text{inv } \varphi_v + \eta_v)$	

注： η_v 、 φ_v 的單位為弧度（弧度）。

表 3.29 齒直角模數方式蝸桿的三針尺寸

序號	計算項目	記號	計算式	計算例
1	梢直徑	d_p	注 1	$d_p = 4.2$ $\alpha_t = 79.48331^\circ$ $\text{inv } \alpha_t = 3.999514$ $\text{inv } \varphi = 4.216536$ $\varphi = 79.8947^\circ$ $M = 42.6897$
2	φ 的漸開線函數	$\text{inv } \varphi$	$\frac{d_p}{m_n z_1 \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z_1} + \text{inv } \alpha_t$	
3	通過梢中心的壓力角	φ	由漸開線函數表中查出。	
4	三針尺寸	M	$\frac{z_1 m_n \cos \alpha_t}{\sin \gamma \cos \varphi} + d_p$	

注 1. 使用經由表 3.26 所求出的梢直徑或與之接近的直徑。

注 2. 此時： $\alpha_t = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \alpha_n}{\sin \gamma}\right)$

4 齒輪的齒隙

一對齒輪要想達到平順穩定的運轉，需要有齒隙。齒隙是指一對齒輪咬合時，齒面間間隙。根據量測方向的不同，齒隙被分為圓周齒隙 j_t ，法線齒隙 j_n ，徑向齒隙 j_r 和回轉角度齒隙 j_θ ($^\circ$)。如圖 4.1 所示。

4.1 各種齒輪的齒隙

表 4.1 中，列出了各種齒輪的圓周齒隙，法線齒隙及徑向齒隙之間的關係式。

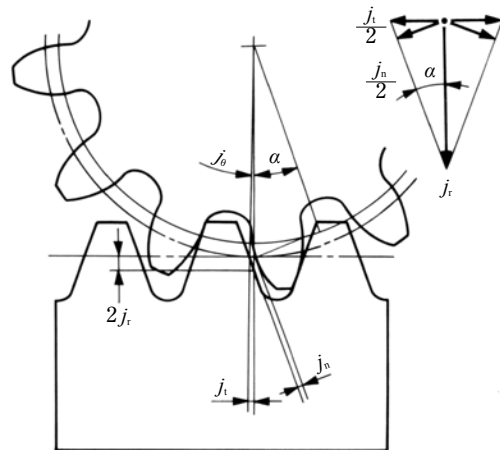


圖 4.1 齒隙的種類和方向

表 4.1 齒隙關係式

序號	齒輪種類	圓周方向 j_t 與法線方向 j_n 的關係式	半徑方向 j_r 與圓周方向 j_t 的關係式
1	正齒輪	$j_n = j_t \cos \alpha$	$j_r = \frac{j_t}{2 \tan \alpha}$
2	螺旋齒輪	$j_{nn} = j_{tt} \cos \alpha_n \cos \beta$	$j_r = \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t}$
3	直形齒傘輪	$j_n = j_t \cos \alpha$	$j_r = \frac{j_t}{2 \tan \alpha \sin \delta}$
4	彎齒傘形齒輪	$j_{nn} = j_{tt} \cos \alpha_n \cos \beta_m$	$j_r = \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t \sin \delta}$
5	蝸桿	$j_{nn} = j_{tt1} \cos \alpha_n \sin \gamma$	$j_r = \frac{j_{tt2}}{2 \tan \alpha_x}$
	蝸輪	$j_{nn} = j_{tt2} \cos \alpha_n \cos \gamma$	

圓周齒隙 j_t 與回轉角度齒隙 j_θ 之間的關係式如下。

$$j_\theta = j_t \times \frac{360}{\pi d} (\text{度}) \quad (4.1)$$

(1) 正齒輪的齒隙

正齒輪的齒隙可由圖 4.1 得知：

$$\left. \begin{aligned} j_n &= j_t \cos \alpha \\ j_r &= \frac{j_t}{2 \tan \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

(2) 螺旋齒輪的齒隙

螺旋齒輪的齒隙，可以根據測定的斷面，分成齒直角斷面 (n) 和軸直角斷面 (t) 來討論。

圖 4.2 中 j_{nn} 、 j_{tn} 、 j_{nt} 、 j_{tt} 的定義分別如下：

- j_{nn} = 齒直角法線齒隙
- j_{tn} = 齒直角圓周齒隙
- j_{nt} = 軸直角法線齒隙
- j_{tt} = 軸直角圓周齒隙

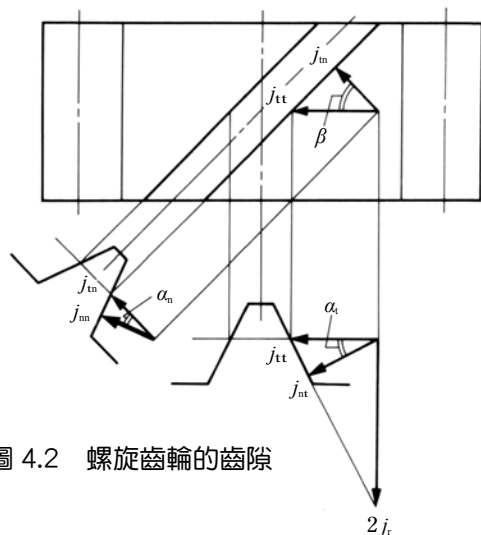


圖 4.2 螺旋齒輪的齒隙

圖 4.2 中的齒隙間，存在如下的關係。

在齒直角平面上：

$$j_{nn} = j_{tn} \cos \alpha_n \quad (4.3)$$

在節面上：

$$j_{tn} = j_{tt} \cos \beta \quad (4.4)$$

在軸直角平面上：

$$\left. \begin{aligned} j_{nt} &= j_{tt} \cos \alpha_t \\ j_t &= \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t} \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

(3) 直齒傘形齒輪的齒隙

在圖 4.3 中為直齒傘形齒輪的齒隙。

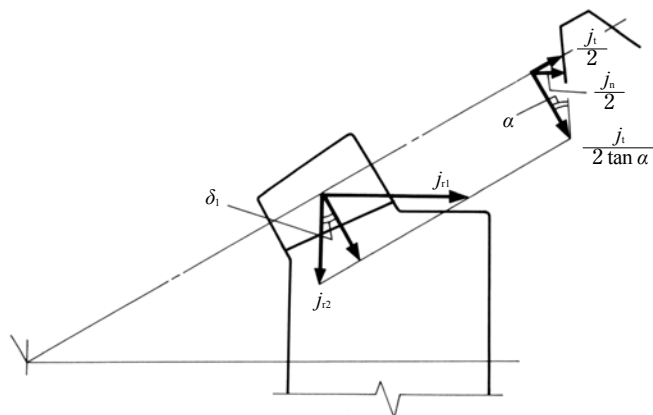


圖 4.3 直齒傘形齒輪的齒隙

在圖中所示的齒直角平面上，圓周齒隙 j_i 、法線齒隙 j_n 、徑向齒隙 j'_r 三者之間有如下的關係。

$$\left. \begin{aligned} j_n &= j_i \cos \alpha \\ j'_r &= \frac{j_i}{2 \tan \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

徑向齒隙 j'_r 在軸平面上可以分解成小齒輪中心距離方向 (裝配距離) 齒隙 j_{r1} 和大齒輪中心距離方向齒隙 j_{r2} 。

$$\left. \begin{aligned} j_{r1} &= \frac{j'_r}{2 \tan \alpha \sin \delta_1} \\ j_{r2} &= \frac{j'_r}{2 \tan \alpha \cos \delta_1} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

(4) 彎齒傘形齒輪的齒隙

彎齒傘形齒輪的齒隙如圖 4.4 所示。

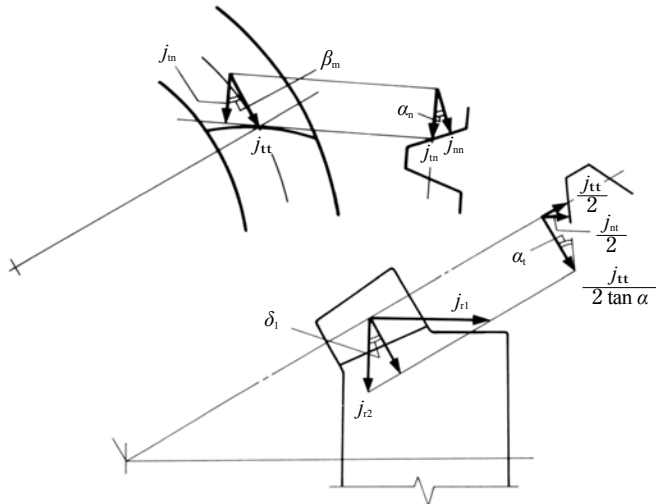


圖 4.4 彎齒傘形齒輪的齒隙

在齒幅中央的齒直角平面上：

$$j_{mn} = j_{tn} \cos \alpha_n \quad (4.8)$$

在節平面上：

$$j_{tn} = j_{tt} \cos \beta_m \quad (4.9)$$

在軸直角平面上：

$$\left. \begin{aligned} j_{nt} &= j_{tt} \cos \alpha_t \\ j_r' &= \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t} \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

徑向齒隙 j_r' 在軸平面上可以分解成小齒輪中心距離方向（裝配距離）齒隙 j_{e1} 和大齒輪中心距離方向齒隙 j_{e2} 。

$$\left. \begin{aligned} j_{e1} &= \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t \sin \delta_1} \\ j_{e2} &= \frac{j_{tt}}{2 \tan \alpha_t \cos \delta_1} \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

(5) 蝸輪組的齒隙

圖 4.5 為蝸輪組的齒隙。

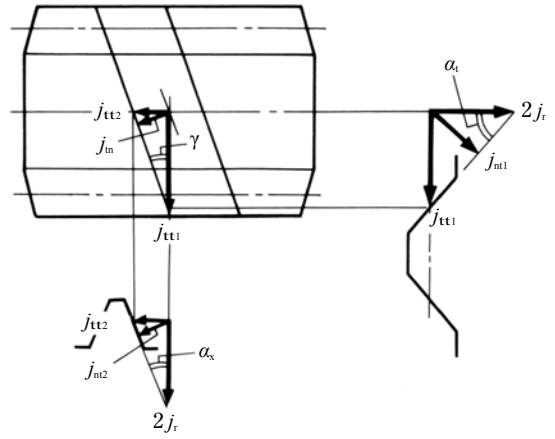


圖 4.5 蝸輪組的齒隙

在蝸桿的節平面上：

$$\left. \begin{aligned} j_{tn} &= j_{tt1} \sin \gamma \\ j_{tn} &= j_{tt2} \cos \gamma \\ \tan \gamma &= \frac{j_{tt2}}{j_{tt1}} \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

在蝸桿的軸直角平面上：

$$\left. \begin{aligned} j_{nt1} &= j_{tt1} \cos \alpha_t \\ j_r &= \frac{j_{tt1}}{2 \tan \alpha_t} \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

在蝸輪的軸直角平面上：

$$\left. \begin{aligned} j_{nt2} &= j_{tt2} \cos \alpha_x \\ j_r &= \frac{j_{tt2}}{2 \tan \alpha_x} \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

4.2 齒厚與齒隙

使齒輪產生齒隙的方法有兩種，一是將齒厚變小，二是將中心距離拉大。一般來說，前者較為常用。這裏將介紹齒厚變小的方法。

前面已經介紹過齒輪的齒厚計算方法，所計算得出的齒厚稱為齒輪的標準齒厚（計算齒厚，無齒隙齒厚），也就是說，將擁有標準齒厚的一對齒輪安裝在標準中心距離下，其咬合狀態下之齒隙量為 0。若將一對相互咬合的正齒輪，令小齒輪的圓弧齒厚 s_1 減小 Δs_1 ，齒輪的圓弧齒厚 s_2 減小 Δs_2 時，其圓周齒隙為 $\Delta s_1 + \Delta s_2$ 。

在標準壓力角 $\alpha = 20^\circ$ 時，若將齒厚減少量 Δs_1 、 Δs_2 分別設為 0.1，則圓周齒隙 j_i 為：

$$\begin{aligned} j_i &= \Delta s_1 + \Delta s_2 \\ &= 0.1 + 0.1 = 0.2 \end{aligned}$$

將其換算成法線齒隙 j_n ，則：

$$\begin{aligned} j_n &= j_i \cos \alpha \\ &= 0.2 \times \cos 20^\circ = 0.1879 \end{aligned}$$

若換算成中心距離方向齒隙 j_t ，則：

$$\begin{aligned} j_t &= \frac{j_i}{2 \tan \alpha} \\ &= \frac{0.2}{2 \times \tan 20^\circ} = 0.2747 \end{aligned}$$

實際上需要減少圓弧齒厚來增加齒隙時，應該參考 JIS 的齒隙規範來操作。JIS 的齒隙規範包括 JIS B1703-76（正齒輪及螺旋齒輪的齒隙）和 JIS B1705-73（傘形齒輪的齒隙）。規範所規定的齒隙為軸直角平面上的圓周齒隙 j_i 或 j_{it} 。規範中的數值大小是一般情況下的標準齒隙值。根據使用目的，亦可採用規範外的齒隙。

圖面上在註明齒厚時，除記入齒厚之標準值外，還應該記入齒厚的尺寸容許公差及齒隙。

例如：

圓弧齒厚	$3.141 \pm \begin{smallmatrix} 0.050 \\ 0.100 \end{smallmatrix}$
齒隙	0.100 ~ 0.200

由於齒厚的容許公差決定了齒隙的大小，所以是非常重要的公差尺寸。

4.3 齒輪鎖鏈與齒隙

一段齒輪機構中的齒隙已經在各種齒輪的齒隙中介紹過。現在，再來考慮二段齒輪機構的齒隙。

如圖 4.6 所示的二段齒輪機構中，設 j_{i1} 為第一段的圓周齒隙， j_{i4} 為第二級圓周齒隙。

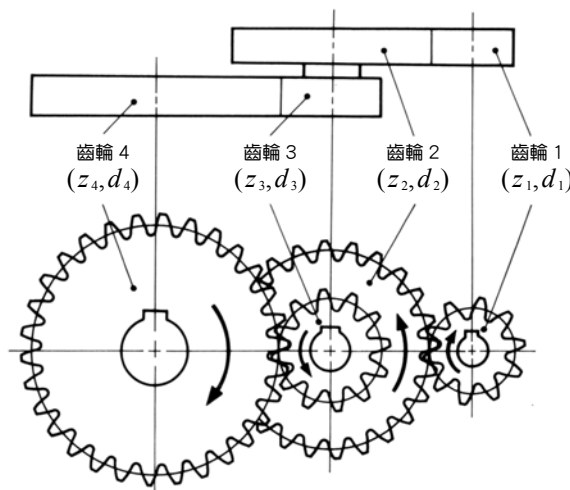


圖 4.6 二段齒輪機構的齒隙

在此若將第一段的小齒輪 1 固定，第二級的大齒輪 4 的總圓周齒隙 j_{it4} 為：

$$j_{it4} = j_{i1} \frac{d_3}{d_2} + j_{i4} \quad (4.15)$$

換算成回轉角度齒隙則為：

$$j_\theta = j_{it4} \frac{360}{\pi d_4} \text{ (度)} \quad (4.16)$$

當大齒輪 4 固定時，則第一段的小齒輪 1 的總圓周齒隙 j_{it1} 為：

$$j_{it1} = j_{i4} \frac{d_2}{d_3} + j_{i1} \quad (4.17)$$

換算成回轉角度齒隙則為：

$$j_\theta = j_{it1} \frac{360}{\pi d_1} \text{ (度)} \quad (4.18)$$

4.4 減小齒隙的方法

伴隨機械的高精度化趨勢，小齒隙齒輪的需求也不斷增加。而減少齒隙的方法，可大致分為靜態和動態兩種。

靜態方法是指在調整出齒輪組的齒隙後，將齒輪位置固定的方法。

動態方法是指為消除齒隙而對齒輪施加作用力，使齒輪保持在無齒隙狀態下運轉。

(1) 靜態方法（調整・固定方法）

這種調整固定方法基本上有如下兩種方式。其一是對齒輪做調整・固定，其二是對中心距做調整・固定，根據其不同的組合，可以得出下列（I～IV）四種方式。

表 4.2

		調整中心距離	
		無	有
調整齒輪	無	I	III
	有	II	IV

(I) 方法 I

對齒輪和中心距離不做任何調整，在中心距離固定的條件下，製造出可以達到最小程度齒隙的齒輪。

(II) 方法 II

於齒輪可以調整的構造中，在固定中心距離下讓齒輪咬合後，再將齒輪的齒隙調小，然後再將齒輪固定。

調整齒輪齒隙的方法，有如下三種。

① 將兩片相同的齒輪重疊後，讓其中的一片沿回轉方向錯開，將齒溝（齒隙）填滿後固定此兩片齒輪。

② 將兩片相同帶有螺旋角的齒輪，如螺旋齒輪等，相互重疊後，將其中的一個沿軸向移動，將齒溝（齒隙）填滿後固定此兩片齒輪。

③ 傘形齒輪和錐度齒輪等圓錐型的齒輪，沿軸向移動（雙導程蝸輪組也屬於此類），在齒厚較厚的部分填滿齒溝（齒隙）後，再將齒輪固定。

上述方法如圖 4.7 所示。

①是回轉錯開方式，②，③是平行移動方式。

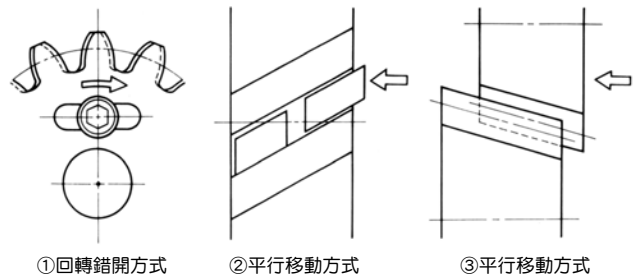


圖 4.7 齒輪的調節・固定方法

(III) 方法 III

不調整齒輪，而在中心距離可以調整的構造中，將齒隙調整到需要的程度後，再將中心距離固定的方法。

調整中心距離的方法有平行移動方式和旋轉移動方式兩種。

① 平行移動方式

將齒輪沿中心距離減少的方向平行移動，調整到需要的齒隙後，再將中心距離固定。

② 旋轉移動方式

利用與齒輪不同心之偏心旋臂機構，以偏心的旋臂為中心旋轉齒輪，調整到需要的齒隙後，再將旋臂位置固定（中心距離固定）。

受偏心量大小的影響，旋轉移動方式的構造會有不同。

以上的調整方法如圖 4.8 所示。

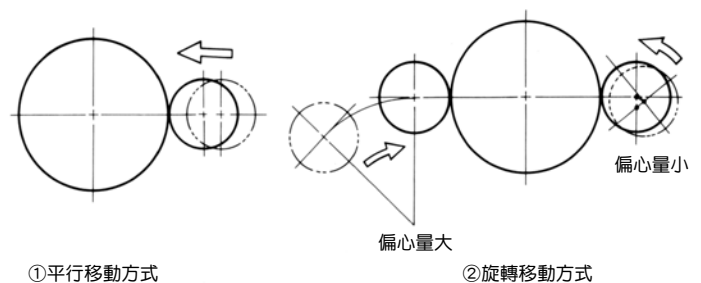


圖 4.8 中心距離調節・固定的方法

(IV) 方法 IV

這是調整齒輪與調整中心距離同時並用的方法，由於單項調整便足以因應，因此同時並用的方法幾乎不被採用。

(2) 動態方法 (齒隙強制去除法)

這種強制去除齒隙的方法，基本上與(1)中所述的調整・固定方式相同。強制實施(1)方式的調整，即是所謂(2)的動態方式。這種方式，分為調整齒輪強制去除齒隙和調整中心距離強制去除齒隙的兩種方法。

(I) 調整齒輪強制去除齒隙的方法

這種方法是在圖 4.7 所示方法 II 的情況下，利用彈簧等的力量，將齒隙強制去除的方法。

(II) 調整中心距離強制去除齒隙的方法

這種方法是在圖 4.8 所示方法 III 的情況下，利用彈簧等的力量，強制去除齒隙的方法。

這種彈簧等強制力 F 的大小，需要大於加諸齒的力 F_1 和摩擦力 F_2 的和。

$$F > F_1 + F_2 \quad (4.19)$$

強制力 F 太小的話，無法達到除去齒隙的目的。相反地，如果太大的話，齒輪的預壓會過大，對於齒輪的磨耗及壽命會有不良的影響。在使用強制方法除去齒隙時，必須連同預壓一併列入齒輪的設計計算中。

(3) 雙導程蝸桿副

使用雙導程蝸桿是減少齒隙的方法之一，例如滾齒機的 Master worm 等，用在精度要求高的地方。

圖 4.9 為雙導程蝸輪組的示意圖。

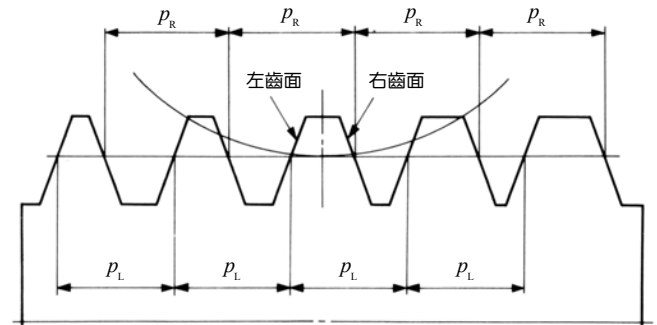


圖 4.9 雙導程蝸輪組原理圖

雙導程蝸輪蝸桿的左齒面節距 p_L 和右齒面節距 p_R 不相等。圖 4.9 之例為 $p_L > p_R$ 。

與之咬合的蝸輪，是用與雙導程蝸桿同樣，左右齒面的節距分別為 p_L 、 p_R ，之滾齒刀切削出來的。

在圖 4.9 所示的情況下，由於蝸桿的齒厚由左到右逐漸變厚，所以將蝸桿沿軸方向左右移動調整，即可得到所要求的齒隙。

5 齒輪的精度

齒輪是傳達動力及回轉的機械元件。對齒輪的性能主要有下列要求：

- ① 為能傳達更大的動力
- ② 為能使用更小的齒輪
- ③ 為能安靜地轉動
- ④ 為能正確地傳達

為能滿足上述要求，無論如何，提高齒輪的精度是必要的。本章將就「齒輪的精度」加以說明。

5.1 正齒輪與螺旋齒輪的精度

正齒輪及螺旋齒輪的精度，在下列規範中有明確的規定。這裏，按規範的內容順序說明。

JIS B 1702-1:1998 圓筒齒輪—精度等級 第1部：齒輪的齒面相關誤差及容許值（在此規範中，共有13個精度等級，從最高精度的0級，到最低精度的12級。）

JIS B 1702-2:1998 圓筒齒輪—精度等級 第2部：齒面咬合誤差及齒溝偏擺之定義與精度容許差。（由最高精度的4級，到最低精度的12級等9個精度等級所組成。）

在舊規範 JIS B1702:1976 中，精度等級被分為0~8級的9個等級。然而與新規範之間有很大的不同。為避免新、舊規範間精度等級的混亂，在1998年版新規範之精度等級前，加註英文字頭N（稱為N○級）以示與舊規範之區別。

單一節距誤差 (f_{pt})

單一節距誤差是指，相鄰兩齒於同側齒面節圓上之實測節距值與理論節距值之差。

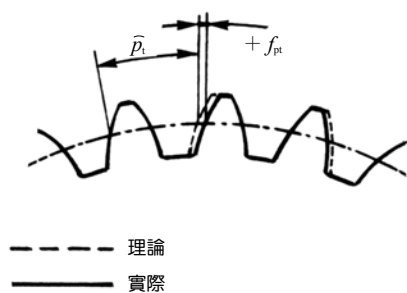


圖 5.1 單一節距誤差 f_{pt}

累積節距誤差 (F_p)

累積節距誤差是指，齒輪的同側齒面節圓上，跨任意齒數之實測節距值與實際值之差稱之為累積節距誤差。若以任意齒面為起點，量測全部齒面的累積節距誤差，並將繪製成誤差線圖，則線圖中最高點與最低點間的差距稱為最大累積節距誤差。

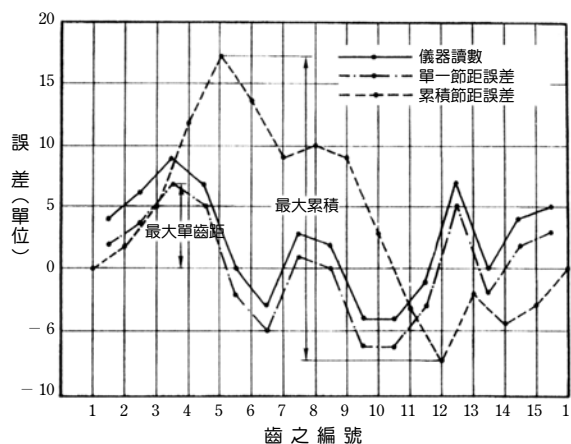
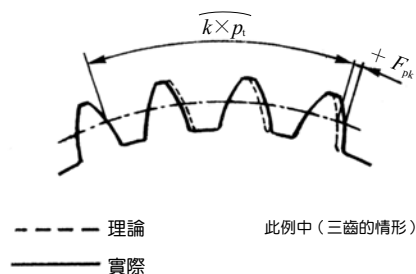


圖 5.3 節距誤差線圖例

總齒形誤差 (F_a)

總齒形誤差是指，在設定的齒形檢查範圍內，實際齒形檢測線（曲線）與設計齒形檢測線（直線）之最高最低差距值之間的距離。

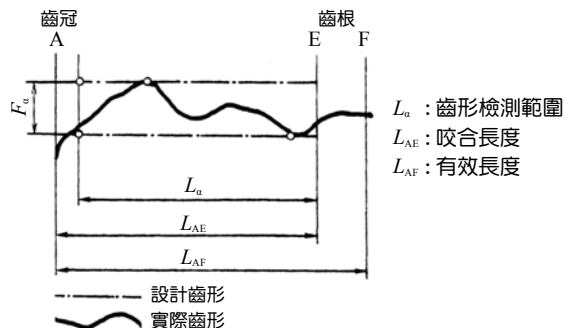


圖 5.4 總齒形誤差 F_a

總齒筋誤差 (F_{β})

總齒筋誤差是指在設定的齒筋檢查範圍內，實際齒筋檢測線（曲線）與設計齒筋檢測線（直線）之最高最低差距值間的距離。

總齒筋誤差對齒面接觸（齒承）產生影響。誤差過大會使齒承集中在齒幅之單側，造成齒承不良。為了避免產生這種不良齒承，應對齒筋方向施行削鼓型加工或齒形修整等。

圖 5.6 是使用 ZEISS UMC550 精密測量儀器所測定之齒形及齒筋誤差。

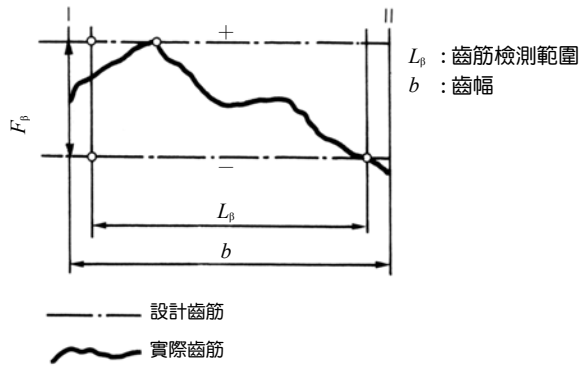


圖 5.5 總齒筋誤差 F_{β}

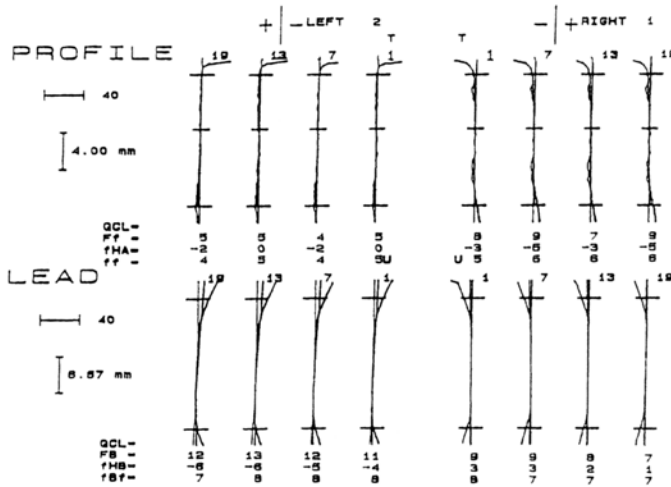


圖 5.6 齒形誤差及齒筋方向誤差的測定例

兩齒面總咬合誤差 (F_i'')

兩齒面總咬合誤差是指，被測齒輪的兩齒面同時與齒輪規 (Master gear) 的兩齒面在保持接觸狀態下，被測齒輪旋轉一周時，中心距離的最大值與最小值的差。

f_i'' : 兩齒面單一節距咬合誤差

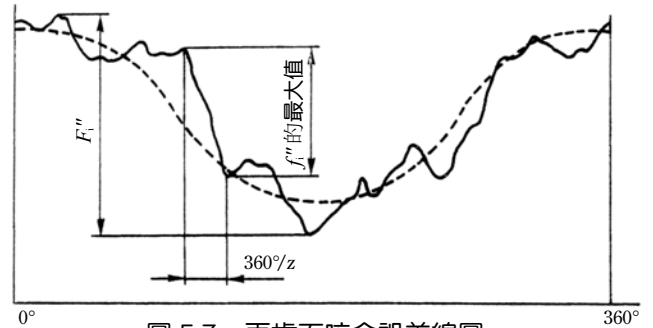


圖 5.7 兩齒面咬合誤差線圖

齒溝偏擺 (F_r)

將測頭（球，稍等）順次插入齒輪的每一齒溝中，並記錄測頭在半徑方向的位置，在測完一整轉後，取其最大值與最小值之差是為齒溝偏擺。

齒溝偏擺會對齒輪的噪音等產生不良影響，受齒輪加工或研磨時，工作物軸心精度及偏擺大小之影響甚鉅。最近，因為機械設備的精度需求逐漸提高，為了減少齒溝偏擺，齒輪切削或研磨時非得使用高精度的夾具不可。圖 5.8 為齒溝偏擺線圖，在齒溝偏擺中，還包括了齒輪偏心。

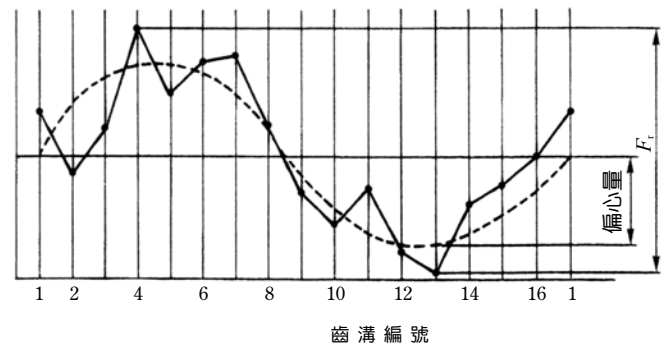


圖 5.8 齒數為 16 齒的齒溝偏擺

5.2 傘形齒輪的精度

傘形齒輪的精度，在 JIS B 1704:1978 規範中有明確的規定。在這裏，我們按規範的順序加以說明。

傘形齒輪的精度等級由 0~8 級共分為 9 個等級。

傘形齒輪的相關誤差，有下列四項規定：

- (1) 單一節距誤差
- (2) 鄰接齒距誤差
- (3) 累積齒距誤差
- (4) 齒溝偏擺

以上誤差的用語之定義，基本上與正齒輪及螺旋齒輪精度中的相同。

① 單一節距誤差

在平均圓錐距離之節圓上，相鄰兩齒的實際節距與標準節距之差。

② 鄰接齒距誤差

在平均圓錐距離之節圓上，兩相鄰節距差的絕對值。

③ 累積齒距誤差

在平均圓錐距離之節圓上，任意兩齒之間實際節距之和與標準節距之和的差。

④ 齒溝偏擺

測頭在齒溝內於平均圓錐距離之節圓附近雙面接觸時，沿節錐面垂直方向上位置的最大差。

表 5.1 為單一節距，累積節距，齒溝偏擺誤差容許值的計算式。

表 5.1 單一節距誤差，累積節距誤差，齒溝偏擺誤差容許值的計算式 (μm)

等級	單一節距誤差	累積齒距誤差	齒溝偏擺
JIS 0	$0.4W + 2.65$	$1.6W + 10.6$	$2.36\sqrt{d}$
1	$0.63W + 5.0$	$2.5W + 20.0$	$3.6\sqrt{d}$
2	$1.0W + 9.5$	$4.0W + 38.0$	$5.3\sqrt{d}$
3	$1.6W + 18.0$	$6.4W + 72.0$	$8.0\sqrt{d}$
4	$2.5W + 33.5$	$10.0W + 134.0$	$12.0\sqrt{d}$
5	$4.0W + 63.0$	—	$18.0\sqrt{d}$
6	$6.3W + 118.0$	—	$27.0\sqrt{d}$
7	—	—	$60.0\sqrt{d}$
8	—	—	$130.0\sqrt{d}$

其中 W ：公差單位

$$W = \sqrt[3]{d} + 0.65m \quad (\mu\text{m})$$

d ：標準圓直徑 (mm)

表 5.2 為鄰接節距誤差容許值的計算式。

表 5.2 鄰接節距誤差容許值的計算式 (μm)

單一節距誤差 k	鄰接節距誤差
70 以下	$1.3k$
70 ~ 100	$1.4k$
100 ~ 150	$1.5k$
超過 150	$1.6k$

除了齒輪的容許誤差以外，傘形齒輪毛胚的尺寸及角度公差，偏擺公差等，分成以下八個項目規定，在這裏省略其詳細說明。

- ① 齒輪毛胚外徑及大端齒頂到齒輪基準面距離的公差
- ② 齒輪毛胚齒頂圓錐角的公差
- ③ 齒輪毛胚圓錐面之偏擺公差
- ④ 齒輪毛胚側面之偏擺公差
- ⑤ 齒輪毛胚底部翹曲測定插片規之尺寸
- ⑥ 齒輪毛胚軸心偏擺公差
- ⑦ 齒輪毛胚孔徑尺寸公差
- ⑧ 齒承

其中最重要的是第 8 項的齒承。

縱使其他的項目精度再高，齒承不良的傘形齒輪，是無法充分發揮其性能的。

5.3 齒輪的咬合精度

若想簡單，高效率地測定齒輪的綜合精度，使用咬合試驗機，測定咬合精度是十分有效的方法。

咬合試驗機有單側齒面咬合試驗（中心距離固定方式）和兩齒面咬合試驗（中心距離變動方式）的兩種方法。這兩種方法中，以兩齒面咬合試驗法較為普遍，而單側齒面咬合試驗法則不常被使用。

在 JIS 中雖然對於咬合精度的規範沒有記載，但在 JGMA（日本齒輪工業會）規範中則有規定關於兩齒面咬合的精度。

(1) 兩齒面咬合試驗

兩齒面總咬合誤差是指，被測齒輪的兩齒面同時與齒輪規（Master gear）的兩齒面在保持接觸狀態下，被測齒輪旋轉一周時，所測得的中心距離變動量。

圖 5.9 為測試之例。

單一節距咬合誤差是咬合旋轉一個節距時中心距離的變動值。

總咬合誤差是被測齒輪旋轉一周時中心距離變動的 最大差距（值）。

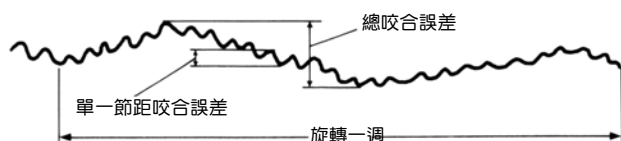


圖 5.9 兩齒面咬合試驗的結果

在表 5.3 中，JGMA116-01「正齒輪及螺旋齒輪的兩齒面總咬合誤差」中所規定的一個節距咬合誤差和總咬合誤差的容許值計算式。

表 5.3 咬合誤差容許值 (μm)

等級	單一節距咬合誤差	總咬合誤差
特(0)	$1.12m + 3.55$	$(1.4W + 4.0) + 0.5(1.12m + 3.55)$
1	$1.6m + 5.0$	$(2.0W + 5.6) + 0.5(1.6m + 5.0)$
2	$2.24m + 7.1$	$(2.8W + 8.0) + 0.5(2.24m + 7.1)$
3	$3.15m + 10.0$	$(4.0W + 11.2) + 0.5(3.15m + 10.0)$
4	$4.5m + 14.0$	$(5.6W + 16.0) + 0.5(4.5m + 14.0)$
5	$6.3m + 20.0$	$(8.0W + 22.4) + 0.5(6.3m + 20.0)$
6	$9.0m + 28.0$	$(11.2W + 31.5) + 0.5(9.0m + 28.0)$
7	$12.5m + 40.0$	$(22.4W + 63.0) + 0.5(12.5m + 40.0)$
8	$18.0m + 56.0$	$(45.0W + 125.0) + 0.5(18.0m + 56.0)$

其中 W ：公差單位

$$W = \sqrt[3]{d} + 0.65m \quad (\mu\text{m})$$

d ：標準圓直徑 (mm)

m ：模數 (mm)

(2) 單側齒面咬合試驗

單側齒面咬合試驗是齒輪在一固定的中心距離下相咬合時，測定被動齒輪軸心之角度轉動誤差。

單側齒面總咬合誤差所測定的是對齒輪的回轉平穩程度和接觸均勻程度來說，很有關係之誤差，是非常重要的指標。只可惜目前能夠測定此誤差的試驗機很少了。

6 齒輪的齒承

齒承對於齒輪就如同精度對於齒輪一樣，是對齒輪的噪音及效率產生重大影響的要素之一。要想獲得好的齒承，需要注意以下幾點：

- 齒筋修整
對齒輪施以削鼓型加工或削端加工
- 提高齒輪精度
對齒輪施以研磨加工或對磨加工
- 提高齒輪箱精度
提高齒輪箱之平行度與垂直度等加工精度

以上都是與齒輪及齒輪箱加工精度有關的注意事項。

但是，儘管在加工時做了以上的努力，最終裝配後齒承檢查時，也有可能發生齒承不良的問題。這種情況下，對於傘形齒輪或蝸輪組來說，將齒輪沿軸方向調整，齒承會得到某種程度的改善。

齒承是齒輪精度的一環。特別是對傘形齒輪及蝸輪組而言，是一項重要的檢測指標。與正齒輪及螺旋齒輪相比，傘形齒輪及蝸輪的精度測定較為困難，因此以齒承檢查做為最終精度的確認。

關於齒承，在 JIS B1741:1977 規範中有規定。在這個規範中，齒輪的齒承被分為 A,B,C 三級。

表 6.1 齒承的比例

區分	齒輪類型	齒承比例	
		齒筋方向	齒高方向
A	圓筒齒輪	70% 以上	40% 以上
	傘形齒輪	50% 以上	
	蝸輪		
B	圓筒齒輪	50% 以上	30% 以上
	傘形齒輪	35% 以上	
	蝸輪		
C	圓筒齒輪	35% 以上	20% 以上
	傘形齒輪	25% 以上	
	蝸輪	20% 以上	

這裏指的齒承比例是，齒承的長及高相對於齒輪的有效齒筋長及有效（工作）齒高的百分比。

6.1 傘形齒輪的齒承

製作傘形齒輪時，利用齒承試驗機檢查齒承及齒隙是不可或缺的。藉由這個檢查，可以判斷齒輪的綜合性能。

利用齒承試驗機，對齒輪施加輕制動負荷，在此狀態下使齒面咬合接觸，此時的理想齒承，如圖 6.1 所示，位於齒幅中央部靠近小端的地方。隨著負荷的增大，齒承面會逐漸向齒幅中央部靠近。在負荷達到傘形齒輪使用之全負荷時，齒承面剛好落在齒幅中央部附近的情形為最理想。

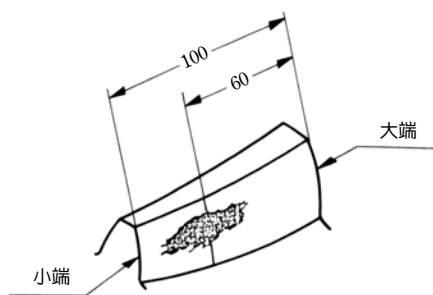


圖 6.1 中央靠近小端接觸

不過，即使所製作的傘形齒輪能有如圖所示的理想齒承，由於受到齒輪箱加工精度，齒輪裝配位置等因素的影響，終究難以達到理想的齒承狀態。

影響傘形齒輪齒承的因素，有下列三種誤差必須加以考慮：

- ① 齒輪箱的軸心偏移誤差
- ② 齒輪箱的軸角度誤差
- ③ 齒輪的裝配距離誤差

在以上三種誤差中，①和②的誤差如不重新加工齒輪箱的話，無法得到理想的齒承。而③的誤差，可以沿軸向調整移動小齒輪，則齒承將得以改善。

這三種誤差，雖然程度各有不同，但都會對齒隙產生很大的影響。

(1) 齒輪箱的軸心偏移誤差

如圖 6.2 所示，齒輪箱有軸心偏移誤差時，齒承會出現交叉狀的情形。

齒輪箱的軸心偏移誤差，就如同齒輪的齒筋誤差（螺旋角誤差）一樣，會對齒承產生影響。

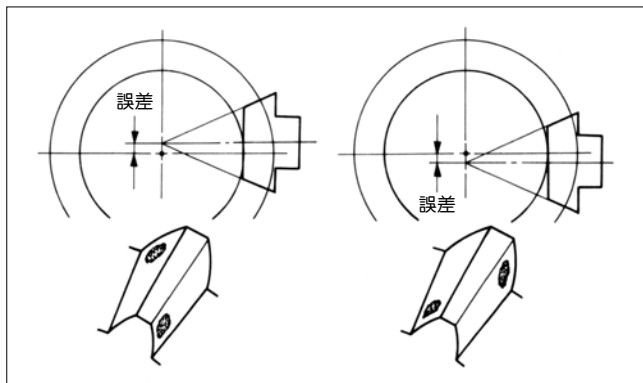


圖 6.2 齒輪箱有軸心偏移誤差時的齒承

(2) 齒輪箱的軸角度誤差

如圖 6.3 所示，齒輪箱的軸角度誤差有正側誤差時，傘形齒輪的齒承會大小齒輪一同靠近小端。相反的，有負側誤差時，則齒承會一同靠近大端。

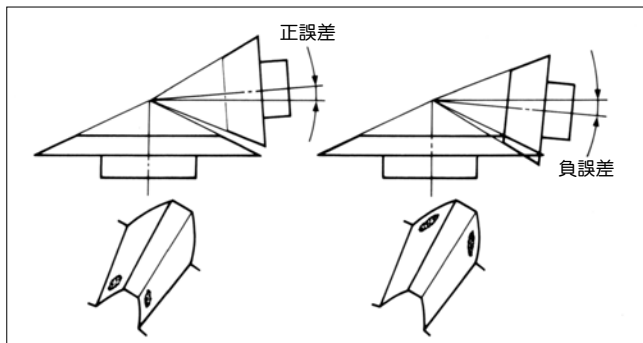


圖 6.3 齒輪箱有軸角度誤差時的齒承

(3) 齒輪的組裝距離誤差

如圖 6.4 所示，小齒輪在裝配時出現正側誤差時，小齒輪的齒承位置會變低，大齒輪的齒承位置則會變高。而小齒輪裝配距離有正側誤差時齒承的位置，與小齒輪的壓力角變得比大齒輪來得大時齒承的位置，情況相同。

相反的，小齒輪的裝配距離若出現負側誤差時，小齒輪的齒承位置會變高，大齒輪的齒承位置則會變低。這和小齒輪壓力角變得比大齒輪的小時，其齒承位置的情況相同。

裝配距離的誤差，可以由組裝時墊片的調整等方法加以修正。

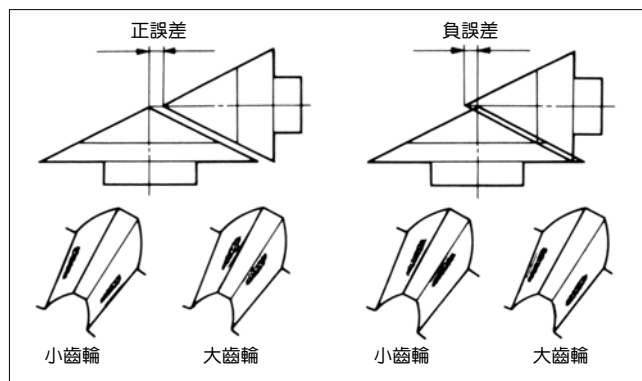


圖 6.4 齒輪裝配距離有誤差時的齒承

裝配距離的誤差對齒隙的大小也產生影響。誤差朝正的方向增加時，齒隙也隨之變大。

由於小齒輪的裝配距離誤差對齒承的影響很大，所以如果只想調整齒隙時，則不應該移動小齒輪，只將大齒輪沿軸向調整即可，這是較常用得方法。

6.2 蝸輪組的齒承

目前在日本國內，還沒有對蝸輪蝸桿有相關的精度規範。勉強地說，也只有 JIS B 1741 : 1977 中的相關齒承規範。

因此，關於蝸輪蝸桿齒承及齒隙的檢查，最常用的方法是使用齒承試驗機。

齒承檢查中，理想的齒承狀態如圖 6.5 中所示。

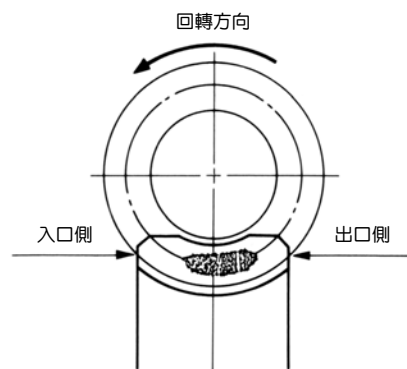


圖 6.5 理想的齒承

圖中所示的理想齒承，位在齒筋方向的中心處且多少偏向出口側一些，因此在入口處得以確保油膜形成時所必要的間隙。

即使能製作出如此理想狀態齒承的蝸輪蝸桿，由於

齒輪箱的加工精度不足，蝸輪的組裝位置不良等，仍然會導致不正確的齒承。影響蝸輪組齒承的因素，有下列三點必須考慮：

- ① 齒輪箱的軸角誤差
- ② 齒輪箱的中心距離誤差
- ③ 蝸輪的裝配位置誤差

其中，①和②的誤差一旦形成便無法加以調整，只能重新加工齒輪箱。而③的誤差，可以藉由沿軸向移動調整蝸輪之位置獲得正確的齒承。

這三種誤差，雖然程度各有不同，但都會對齒隙產生很大的影響。

(1) 齒輪箱的軸角度誤差

如圖 6.6 所示，齒輪箱有軸角誤差時，齒面將出現交叉狀齒承。交叉狀齒承在齒輪有齒筋方向的誤差時（螺旋角誤差）也同樣會發生。

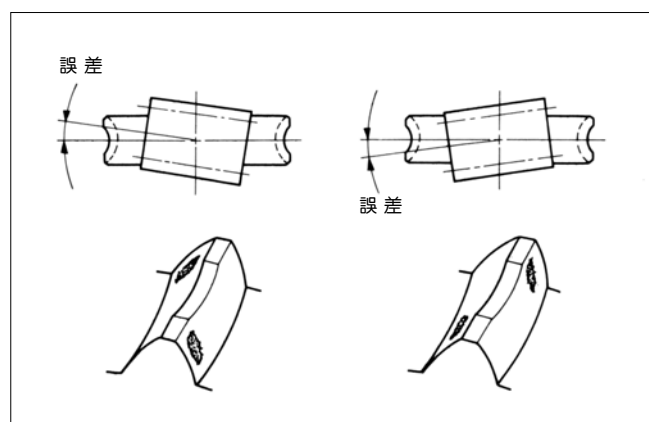


圖 6.6 齒輪箱有軸角誤差時的齒承

(2) 齒輪箱的中心距離誤差

如圖 6.7 所示，齒輪箱的中心距離誤差非常大時，也將出現交叉狀齒承。

產生這種誤差時，不僅僅是齒輪的齒承，對齒隙的大小也將產生很大的影響。在正側誤差時，齒隙變大，在負側誤差時齒隙變小。

負側誤差過大會造成無齒隙狀態，導致齒輪無法裝配甚至卡死。

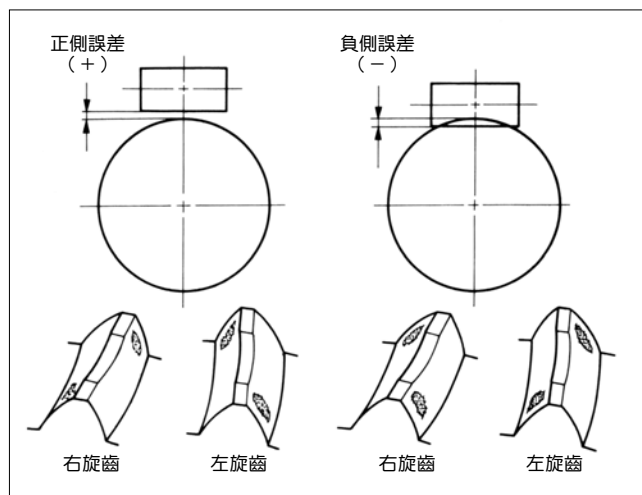


圖 6.7 齒輪箱有中心距離誤差時的齒承

(3) 蝸輪的裝配位置誤差

如圖 6.8 所示，蝸輪有裝配位置誤差時，齒承會向齒筋的端部移動，齒承的移動方向與蝸輪的裝配位置誤差的方向一致，裝配誤差會對齒隙產生很大的影響，並隨誤差之增加，齒隙變小。

裝配位置誤差可以藉由組裝時的墊片加以調整修正。

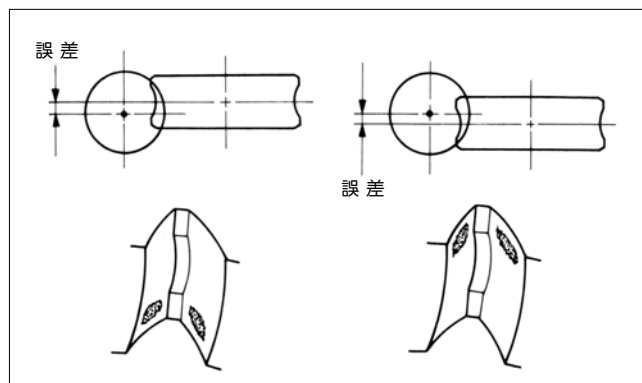


圖 6.8 蝸輪有裝配位置誤差時的齒承

7 齒輪的潤滑

齒輪的潤滑，主要有二個目的：

1. 促進齒面間的滑動，也就是說，減低齒面間的動摩擦係數。
2. 降低齒面間因滾動及滑動摩擦所引起的溫度上升，即冷卻齒面。

要想滿足上述兩個條件，需要適當地選擇潤滑方法及潤滑油，以避免潤滑故障的發生。

7.1 齒輪的潤滑法

齒輪的潤滑大致可以分為以下三類：

- (1) 潤滑脂潤滑法
- (2) 飛濺潤滑法（油浴式）
- (3) 強制潤滑法（循環給油方式）

潤滑方式需要根據齒輪的使用條件作適當地選擇。選擇的標準主要根據齒輪的圓周速度（m/s）及轉速（ min^{-1} ）。

潤滑法通常根據圓周速度的高低加以分類，一般而言，在低速時使用潤滑脂潤滑，中速時使用油浴潤滑，而高速時使用強制潤滑。但，這也只是最方便的選用準則，有時在相當高的轉速下，由於保養等理由，仍然採用潤滑脂潤滑。

表 7.1 中，列出了三種潤滑法所適用的圓周速度範圍。

表 7.1 - ① 正齒輪及傘形齒輪的圓周速度範圍（m/s）

序號	潤滑法	圓周速度 v (m/s)					
		0	5	10	15	20	25
1	潤滑脂潤滑法	←→					
2	油浴潤滑法	←→					
3	強制潤滑法	←→					

表 7.1 - ② 蝸輪組的滑動速度範圍

序號	潤滑法	滑動速度 v_s (m/s)					
		0	5	10	15	20	25
1	潤滑脂潤滑法	←→					
2	油浴潤滑法	←→					
3	強制潤滑法	←→					

下面，就此三種潤滑法做以簡單的說明。

(1) 潤滑脂潤滑法

潤滑脂潤滑法主要使用在低速的開放式及密閉式齒輪傳動中。

關於潤滑脂潤滑法，有許多必需要注意的問題。這裏，主要介紹下列三點：

◎選擇合適針透度的潤滑脂

特別是在密閉齒輪箱中，為使潤滑脂有效的發揮作用，需要選擇流動性良好的潤滑脂。

◎不適合使用在高負荷，連續運轉的場合

因為潤滑脂的冷卻效果遠不如潤滑油，用在高負荷，連續運轉的場合，會出現溫度上升的問題，因此不適合使用。

◎潤滑脂的適量使用

潤滑脂過少，達不到期待的潤滑目的。相反的，在密閉齒輪箱中，潤滑脂過多則會造成攪拌損失過大，反而降低了齒輪的效率。

(2) 油浴潤滑法

油浴潤滑法是以齒輪箱做為油箱，將齒輪浸泡在潤滑油中至一定深度，讓齒輪旋轉時飛濺起來的油料潤滑齒輪及軸承部位。在低轉速使用油浴潤滑時，圓周速度應在 3m/s 以上。

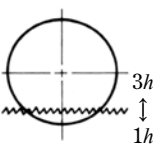
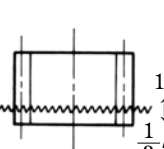
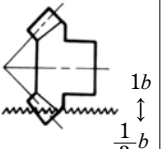
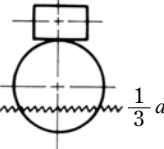
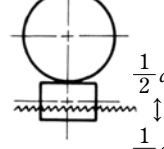
使用飛濺潤滑法時，有許多需要注意的問題。這裏就油面高度及齒輪箱的溫度界限做說明。

① 油面的高度

使用潤滑油的量越多，攪拌損失也隨之增大。反之，油量過少則達不到所期待的潤滑及冷卻效果。表 7.2 中，列出了油面高度建議值。

油面高度在齒輪運轉後會比靜止時來得低，但在油面高度差過大時，需要採取對策加以改善。譬如增高靜止時的油面或安裝油盤等。

表 7.2 適當的油面高度

齒輪的種類	正齒輪及螺旋齒輪		傘形齒輪	蝸桿蝸輪	
齒輪配置	水平軸	垂直軸	(水平軸)	蝸桿在上	蝸桿在下
油面高度					
水準 0					

其中 h = 全齒高， b = 齒幅， d_2 = 蝸輪的節徑， d_1 = 蝸桿的節徑

(3) 強制潤滑法

強制潤滑法是利用油泵直接對咬合部位給油。根據給油的方式，分為滴下式，噴射式和噴霧式三種。簡單說明如下。

○滴下式

利用導管將潤滑油直接滴注到咬合部位。

○噴射式

利用噴油嘴將潤滑油直接噴注到咬合部位。

② 齒輪箱的溫度界限

齒輪箱內的溫度，隨齒輪及軸承的摩擦損失及潤滑油的攪拌損失等之增加而上升。溫度上升會造成各種不良的影響。

- 潤滑油的黏度下降
- 潤滑油劣質化
- 齒輪箱，齒輪，軸等產生變形
- 齒隙減少

最近，隨生產技術的進步，高性能的潤滑油不斷增加。大體上來說 $80^{\circ}\text{C} \sim 90^{\circ}\text{C}$ 左右為溫度界限。

超過這個溫度界限來使用時，需要採取增強齒輪箱的散熱性等措施，以達到冷卻齒輪箱的目的。例如，安裝散熱片，或在軸上安裝風扇冷卻齒輪箱。

○噴霧式

利用壓縮空氣將潤滑油變成霧狀，噴入齒輪的咬合部位。這種潤滑方式，除了油霧外也由於空氣的一併送入，而使其溫度降低，因此特別適用於高速傳動時。

強制潤滑法因為需要油槽，油泵，過濾器，配管等一系列的裝置，所以主要使用在特殊的高速，大型齒輪設備中。

利用強制潤滑法，可以把經過過濾，冷卻，黏度適宜的潤滑油適量地送到咬合部，是最優良的齒輪潤滑方式。

7.2 齒輪的潤滑油

想要使齒輪維持高效率的動力傳達，必須在咬合齒面上形成安定的油膜，以隔開兩齒面的直接接觸。為此目的，對所使用的潤滑油性能及特性要求如下，表 7.3。

表 7.3 對潤滑油性能的要求

序號	特 性	內 容 說 明
1	適當的粘度	潤滑油需能在齒輪的正常運轉及溫度下維持其適當的黏度，讓齒輪表面形成油膜以達到潤滑目的。
2	極 壓 性 (抗容着性)	對受到重負荷齒面而言，潤滑油需具備防止因齒面摩擦而產生的融着，刮痕等所造成的損傷。
3	對氧化・熱 之安定性	潤滑油在長期使用時，常因為高溫及水氣等因素，而造成潤滑油的氧化。所以潤滑油需要具有良好的抗氧化性能。
4	抗乳化性	由於上班運轉，下班停機等的日夜溫度變化所造成的水蒸氣凝結，會使潤滑油中混入水份，因此潤滑油需要具有分離沉澱水份的性能。
5	消 泡 性	由於齒輪在旋轉會攪拌潤滑油使之產生氣泡，氣泡是不利於油膜的形成的，所以潤滑油需要具有良好的消泡性能。
6	防蝕防銹性	潤滑油中若混有鐵銹等雜質，會造成齒面磨損及加快潤滑油的氧化。所以潤滑油必須具備防蝕及防銹的性能。

(1) 潤滑油的黏度

選擇潤滑油時，最要注意的是選用合適的黏度。關於潤滑油的黏度，規定在 JIS K2001 工業用潤滑油黏度分類規範中，表 7.4 中所列為工業用潤滑油 ISO 黏度等級。

除 JIS 黏度分類外，在表 7.5 中，也列出了 AGMA 黏度分類及與之對應的 ISO 黏度等級。

表 7.4 工業用潤滑油 ISO 黏度等級 (JIS K 2001)

ISO 黏 度 等 級	動黏度範圍	
	動黏度中心值 $10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ (cSt) (40°C)	$10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ (cSt) (40°C)
ISO VG 2	2.2	1.98 以上 2.42 以下
ISO VG 3	3.2	2.88 以上 3.52 以下
ISO VG 5	4.6	4.14 以上 5.06 以下
ISO VG 7	6.8	6.12 以上 7.48 以下
ISO VG 10	10	9.0 以上 11.0 以下
ISO VG 15	15	13.5 以上 16.5 以下
ISO VG 22	22	19.8 以上 24.2 以下
ISO VG 32	32	28.8 以上 35.2 以下
ISO VG 46	46	41.4 以上 50.6 以下
ISO VG 68	68	61.2 以上 74.8 以下
ISO VG 100	100	90.0 以上 110 以下
ISO VG 150	150	135 以上 165 以下
ISO VG 220	220	198 以上 242 以下
ISO VG 320	320	288 以上 352 以下
ISO VG 460	460	414 以上 506 以下
ISO VG 680	680	612 以上 748 以下
ISO VG 1000	1000	900 以上 1100 以下
ISO VG 1500	1500	1350 以上 1650 以下

表 7.5 AGMA 黏度分類

AGMA No.		ISO 黏度等級
R & O 型齒輪油	Ep 型齒輪油	
1		VG 46
2	2 Ep	VG 68
3	3 Ep	VG 100
4	4 Ep	VG 150
5	5 Ep	VG 220
6	6 Ep	VG 320
7 7 comp	7 Ep	VG 460
8 8 comp	8 Ep	VG 680
8 Acomp		VG 1000
9	9 Ep	VG 1500

(2) 潤滑油的選定

選擇在齒輪裝置中使用的潤滑油黏度，可以參考各國的規格規範及製造廠家的資料。

表 7.6 為 AGMA 250.03 Lubrication of Industrial Enclosed Gear Drives 所推薦的齒輪傳動用潤滑油牌號表。

表 7.6 AGMA 傳動齒輪使用潤滑油的建議號數表

齒輪型式		大小	AGMA No.	
			環境溫度 °C	
		齒輪裝置大小 mm	- 10 ~ 16	10 ~ 52
平行軸齒輪裝置	一段減速	200 以下	2 - 3	3 - 4
		200 ~ 500	2 - 3	4 - 5
		超過 500	3 - 4	4 - 5
	二段減速	220 以下	2 - 3	3 - 4
		200 ~ 500	3 - 4	4 - 5
		超過 500	3 - 4	4 - 5
	三段減速	200 以下	2 - 3	3 - 4
		200 ~ 500	3 - 4	4 - 5
		超過 500	4 - 5	5 - 6
行星齒輪裝置	齒輪箱外徑	400 以下	2 - 3	3 - 4
		超過 400	3 - 4	4 - 5
直齒, 彎齒傘形齒輪裝置	圓錐距離	300 以下	2 - 3	4 - 5
		超過 300	3 - 4	5 - 6
齒輪馬達			2 - 3	4 - 5
高速齒輪裝置			1	2

表 7.8 列出了 JGMA 405-01 圓柱蝸桿副強度計算式中所提示的潤滑油適當粘度參考值。

表 7.8 適當黏度參考值

單位：cSt/37.8°C

運轉油溫		滑動速度 m/s		
運轉最高油溫	起動時油溫	小於 2.5	2.5 ~ 5	大於 5
0°C 以上 10°C 以下	- 10°C 以上 0°C 以下	110 ~ 130	110 ~ 130	110 ~ 130
	0°C 以上	110 ~ 150	110 ~ 150	110 ~ 150
10°C 以上 30°C 以下	0°C 以上	200 ~ 245	150 ~ 200	150 ~ 200
30°C 以上 55°C 以下	0°C 以上	350 ~ 510	245 ~ 350	200 ~ 245
55°C 以上 80°C 以下	0°C 以上	510 ~ 780	350 ~ 510	245 ~ 350
80°C 以上 100°C 以下	0°C 以上	900 ~ 1100	510 ~ 780	350 ~ 510

根據潤滑油的用途（正齒輪，蝸桿等）和使用條件（裝置的大小，環境溫度等）選定適當的黏度後，再參考各潤滑油廠商的資料，做最後潤滑油商品編號的確認。

表 7.7 同是 AGMA250.03 中規定適用於蝸輪組之潤滑油的建議黏度表。

表 7.7 AGMA 建議的潤滑油黏度表

種類	中心距離 mm	蝸桿轉速 rpm	環境溫度 °C		蝸桿轉速 rpm	環境溫度 °C	
			- 10 ~ 16	10 ~ 52		- 10 ~ 16	10 ~ 52
圓筒型	≤ 150	≤ 700			700 <		8 Comp
	150 ~ 300	≤ 450			450 <		
	300 ~ 460	≤ 300	7 Comp	8 Comp	300 <		7 Comp
	460 ~ 600	≤ 250			250 <		
	600 <	≤ 200			200 <		
鼓型	≤ 150	≤ 700			700 <		
	150 ~ 300	≤ 450			450 <		
	300 ~ 460	≤ 300	8 Comp	8 AComp	300 <		8 Comp
	460 ~ 600	≤ 250			250 <		
	600 <	≤ 200			200 <		

8 作用於齒輪上的力

齒輪組在傳達動力時，調查加諸在齒上的作用力有多大，作用力的方向為何，對決定齒輪的形狀，軸及軸承的尺寸是非常重要的。

要想求出作用於齒的力，為了方便起見，我們假設齒輪的負荷集中在齒的中央部位。

集中在齒幅中央並與齒面垂直的負荷，其在切線方向（圓周方向）上的分力為 F_t (kgf)，軸方向上的分力（推力）為 F_x (kgf)，半徑方向上的分力為 F_r 。各方向上分力的計算式參考表 8.1。其中， T 及 T_1 是輸入力矩 (kgf · m)。

表 8.1 作用於齒輪的力

齒輪的種類		F_t : 切線力	F_x : 軸向力	F_r : 徑向力
正齒輪		$F_t = \frac{2000T}{d}$	—————	$F_t \tan \alpha$
螺旋齒輪			$F_t \tan \beta$	$F_t \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$
直齒傘形齒輪		$F_t = \frac{2000T}{d_m}$ 其中 d_m 是中央標準圓直徑 $d_m = d - b \sin \delta$	$F_t \tan \alpha \sin \delta$	$F_t \tan \alpha \cos \delta$
彎齒傘形齒輪			凸齒面為主動齒面時：	
			$\frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta - \sin \beta_m \cos \delta)$	$\frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta + \sin \beta_m \sin \delta)$
			凹齒面為主動齒面時：	
		$\frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta + \sin \beta_m \cos \delta)$	$\frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta - \sin \beta_m \sin \delta)$	
蝸輪組	蝸桿主動	$F_t = \frac{2000T_1}{d_1}$	$F_t \frac{\cos \alpha_n \cos \gamma - \mu \sin \gamma}{\cos \alpha_n \sin \gamma + \mu \cos \gamma}$	$F_t \frac{\sin \alpha_n}{\cos \alpha_n \sin \gamma + \mu \cos \gamma}$
	蝸輪被動	$F_t \frac{\cos \alpha_n \cos \gamma - \mu \sin \gamma}{\cos \alpha_n \sin \gamma + \mu \cos \gamma}$	F_t	
交錯軸螺旋齒輪 ($\Sigma = 90^\circ$ $\beta = 45^\circ$)	主動齒輪	$F_t = \frac{2000T_1}{d_1}$	$F_t \frac{\cos \alpha_n \sin \beta - \mu \cos \beta}{\cos \alpha_n \cos \beta + \mu \sin \beta}$	$F_t \frac{\sin \alpha_n}{\cos \alpha_n \cos \beta + \mu \sin \beta}$
	被動齒輪	$F_t \frac{\cos \alpha_n \sin \beta - \mu \cos \beta}{\cos \alpha_n \cos \beta + \mu \sin \beta}$	F_t	

8.1 作用在正齒輪上的力

圖 8.1 是作用在正齒輪的上的力之示意圖。

垂直作用在齒面上的作用力 F_n 被分解為切線方向分力 F_t 和半徑方向分力 F_r 。

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_n \cos \alpha' \\ F_r &= F_n \sin \alpha' \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

但在軸方向上不會產生分力 F_x 。

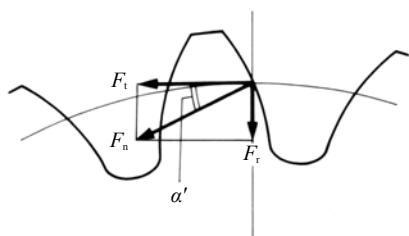


圖 8.1 作用在正齒輪齒上的力

圖 8.2 中，示意了作用在正齒輪輪齒上力的方向。

圖示中，作用在主動齒輪節圓的圓周方向分力 F_{t1} 與作用在被動齒輪節圓的圓周方向分力 F_{t2} 大小相同。在半徑方向上的分力也有同樣情形。

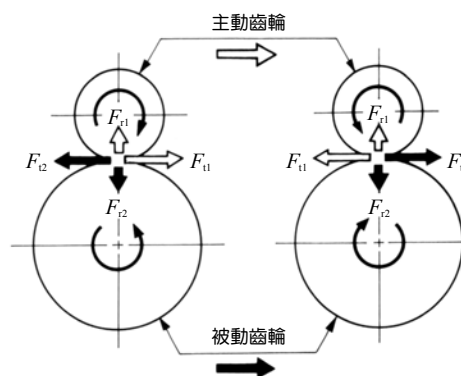


圖 8.2 在正齒輪齒上的各分力方向

8.2 作用在螺旋齒輪齒上的力

作用在螺旋齒輪齒上的力如圖 8.3 所示. 垂直於齒面 (齒直角平面) 的作用力為 F_n , F_n 可被分解成圓周方向分力 F_t 和半徑方向分力 F_r .

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_n \cos \alpha_n \\ F_r &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

齒直角平面圓周方向分力 F_t , 可再被分解為切線方向分力 F_t 和軸方向分力 F_x .

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_t \cos \beta \\ F_x &= F_t \sin \beta \end{aligned} \right\} \quad (8.3)$$

三者之間的關係為：

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_t \tan \beta \\ F_r &= F_t \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \end{aligned} \right\} \quad (8.4)$$

圖 8.4 中為螺旋齒輪齒上作用力的方向.

圖中, 作用在主動齒輪上的軸向分力 F_{x1} 和作用在被動齒輪上的 F_{x2} 大小相等, 圓周方向上的分力及半徑方向上的分力也有同樣情形.

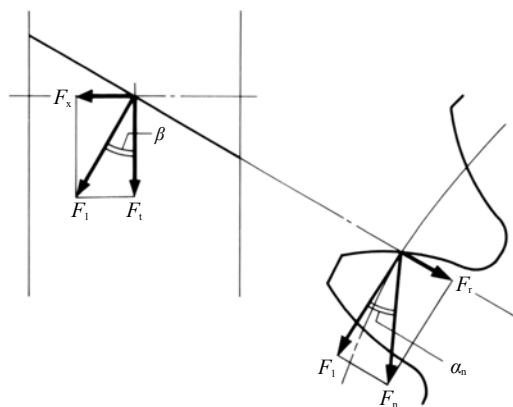


圖 8.3 作用在螺旋齒輪上的力

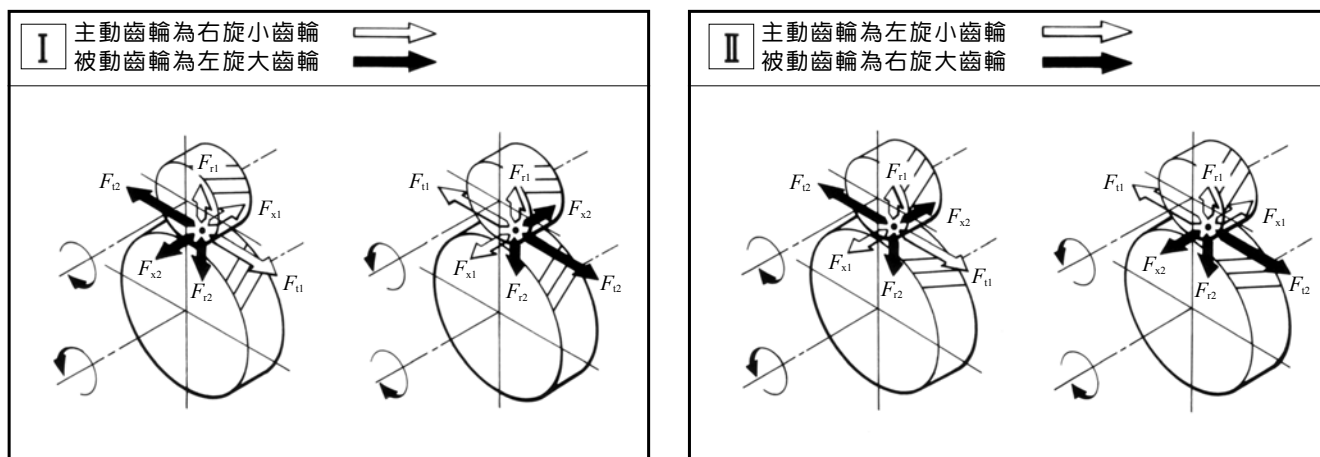


圖 8.4 在螺旋齒輪齒上的各分力方向

8.3 作用在傘形齒輪齒上的力

直齒傘形齒輪齒上的作用力如圖 8.5 所示.

齒幅中央垂直於齒面 (齒直角平面) 上的作用力為 F_n , F_n 可被分解為切線方向分力 F_t 及半徑方向力 F_r .

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_n \cos \alpha_n \\ F_r &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.5)$$

F_t 在軸平面上可再被分解為軸向分力 F_x 和徑向分力 F_r .

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_t \sin \delta \\ F_r &= F_t \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (8.6)$$

三者之間的關係式為：

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_t \tan \alpha_n \sin \delta \\ F_r &= F_t \tan \alpha_n \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

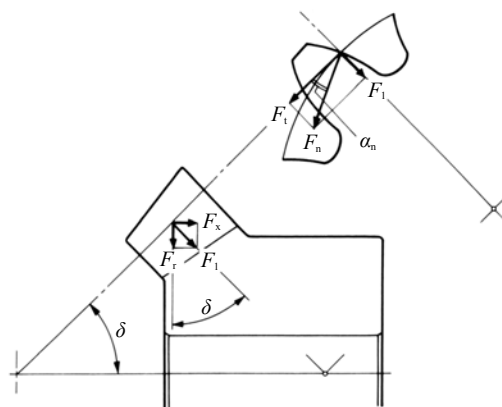


圖 8.5 直齒傘形齒輪齒上的力

設軸角 $\Sigma = 90^\circ$ ，齒直角壓力角 $\alpha_n = 20^\circ$ 的直齒傘形齒輪齒幅中央切線力 F_t 為 100 時，軸向分力 F_x 和徑向分力 F_r 的大小比列列於表 8.2 中。

表 8.2 軸向力 F_x 和徑向力 F_r 的比

(1) 小齒輪

作用於齒的力	齒數比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
軸向力	25.7	20.2	16.3	13.5	11.5	8.8	7.1
徑向力	25.7	30.3	32.6	33.8	34.5	35.3	35.7

(2) 大齒輪

作用於齒的力	齒數比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
軸向力	25.7	30.3	32.6	33.8	34.5	35.3	35.7
徑向力	25.7	20.2	16.3	13.5	11.5	8.8	7.1

圖 8.6 為直齒傘形齒輪齒上的各分力方向。

軸角 $\Sigma = 90^\circ$ 的直齒傘形齒輪咬合時，作用於主動齒輪上的軸向力 F_{x1} 和作用於被動齒輪的徑向力 F_{r2} 大小相同。同樣地，作用於主動齒輪上的徑向力 F_{r1} 和被動齒輪的軸向力 F_{x2} 也是大小相同。圓周方向力 F_{t1} 和 F_{t2} 也是大小相同的。

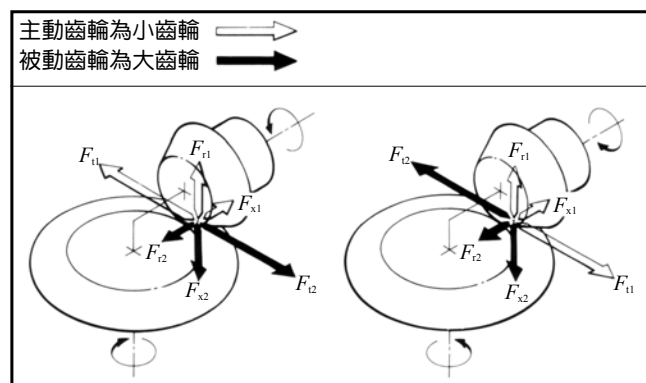


圖 8.6 直齒傘形齒輪齒上的各分力方向

如圖 8.6 所示，在傘形齒輪齒上的各力之間，有如下關係：

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= F_{t2} \\ F_{r1} &= F_{x2} \\ F_{x1} &= F_{r2} \end{aligned} \right\} \quad (8.8)$$

8.4 作用於彎齒傘形齒輪齒上的力

彎齒傘形齒輪有凸齒面及凹齒面之分，依力所驅動齒面的不同，齒所受的各分力也不同。圖 8.7 為凸齒面及凹齒面的分辨方法。

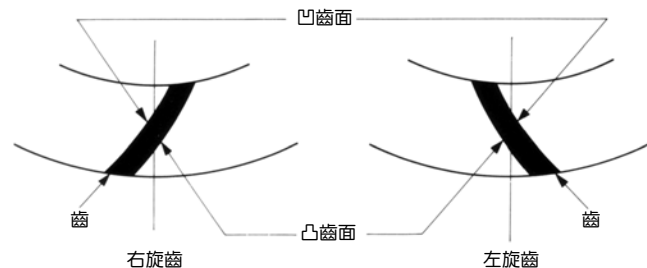


圖 8.7 彎齒傘形齒輪的凸齒面和凹齒面

齒輪在相互咬合時，當小齒輪的凸齒面為驅動面時，相配合的大齒輪之凹齒面為被動面。

咬合齒面的分類列於表 8.3。齒輪的旋轉方向是從齒輪的背面看上去時的轉向。

表 8.3 咬合齒面一覽表

右旋齒輪為主動時

主動齒輪的旋轉方向	咬合齒面	
	右旋齒輪主動	左旋齒輪被動
右旋 (順時針回轉)	凸齒面	凹齒面
左旋 (逆時針回轉)	凹齒面	凸齒面

左旋齒輪為主動時

主動齒輪的旋轉方向	咬合齒面	
	左旋齒輪主動	右旋齒輪被動
右旋 (順時針回轉)	凹齒面	凸齒面
左旋 (逆時針回轉)	凸齒面	凹齒面

(1) 凸齒面為主動時

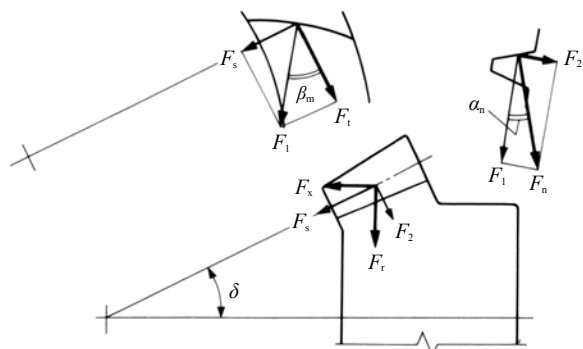


圖 8.8 凸齒面為主動時

齒幅中央的齒直角平面上，垂直於齒面的作用力 F_n 在此平面上可被分解為 F_1 和 F_2 。

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= F_n \cos \alpha_n \\ F_2 &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.9)$$

F_1 在節平面上可再被分解為 F_t 和 F_s 。

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_1 \cos \beta_m \\ F_s &= F_1 \sin \beta_m \end{aligned} \right\} \quad (8.10)$$

F_2 和 F_s 在軸平面上又可分解為軸向分力及徑向分力，將這些力合成後得：

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_2 \sin \delta - F_s \cos \delta \\ F_r &= F_2 \cos \delta + F_s \sin \delta \end{aligned} \right\} \quad (8.11)$$

上述關係式可綜合為：

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta - \sin \beta_m \cos \delta) \\ F_r &= \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta + \sin \beta_m \sin \delta) \end{aligned} \right\} \quad (8.12)$$

(2) 凹齒面為主動時

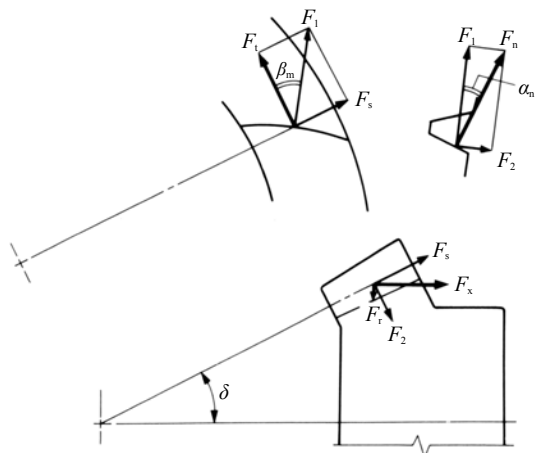


圖 8.9 凹齒面為主動時

齒幅中央的齒直角平面上，垂直於齒面的作用力 F_n 可被分解為 F_1 和 F_2 。

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= F_n \cos \alpha_n \\ F_2 &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.13)$$

F_1 在節平面上可被分解為 F_t 和 F_s 。

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_1 \cos \beta_m \\ F_s &= F_1 \sin \beta_m \end{aligned} \right\} \quad (8.14)$$

到此為止，計算式與凸齒面的相同。以下的計算式開始不同。

F_2 和 F_s 在軸平面上又可分解為軸向分力及徑向分力，將這些力合成後得：

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_2 \sin \delta + F_s \cos \delta \\ F_r &= F_2 \cos \delta - F_s \sin \delta \end{aligned} \right\} \quad (8.15)$$

上述關係式可綜合為：

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \sin \delta + \sin \beta_m \cos \delta) \\ F_r &= \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cos \delta - \sin \beta_m \sin \delta) \end{aligned} \right\} \quad (8.16)$$

軸角 $\Sigma = 90^\circ$ ，齒直角壓力角 $\alpha_n = 20^\circ$ ，中央螺旋角 $\beta_m = 35^\circ$ 的彎齒傘形齒輪齒幅中央的切線力 F_t 設為 100 時，軸向力 F_x 和徑向力 F_r 的大小比例，列於表 8.4 中。

表 8.4 軸向力 F_x 和徑向力 F_r 的比例

(1) 小齒輪所受作用力

咬合主動齒面	齒數比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
凹齒面	$\frac{80.9}{-18.1}$	$\frac{82.9}{-1.9}$	$\frac{82.5}{8.4}$	$\frac{81.5}{15.2}$	$\frac{80.5}{20.0}$	$\frac{78.7}{26.1}$	$\frac{77.4}{29.8}$
凸齒面	$\frac{-18.1}{80.9}$	$\frac{-33.6}{75.8}$	$\frac{-42.8}{71.1}$	$\frac{-48.5}{67.3}$	$\frac{-52.4}{64.3}$	$\frac{-57.2}{60.1}$	$\frac{-59.9}{57.3}$

(2) 大齒輪所受作用力

咬合主動齒面	齒數比 z_2/z_1						
	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
凹齒面	$\frac{80.9}{-18.1}$	$\frac{75.8}{-33.6}$	$\frac{71.1}{-42.8}$	$\frac{67.3}{-48.5}$	$\frac{64.3}{-52.4}$	$\frac{60.1}{-57.2}$	$\frac{57.3}{-59.9}$
凸齒面	$\frac{-18.1}{80.9}$	$\frac{-1.9}{82.9}$	$\frac{8.4}{82.5}$	$\frac{15.2}{81.5}$	$\frac{20.0}{80.5}$	$\frac{26.1}{78.7}$	$\frac{29.8}{77.4}$

如表 8.4 所示，彎齒傘形齒輪的軸向力會出現負值。負值表示齒輪上會有讓兩齒面相互朝兩軸交點方向擠進的力（趨勢）發生，如果再加上此時軸向上的軸承有間隙的話，將會使得齒輪如不可避免地朝兩軸交點擠進，甚至有無齒隙狀態發生的可能。兩齒面間無間隙的擠壓咬合，會對齒輪造成不良影響，所以，需要特別注意軸

向上軸承的間隙。

表 8.4(2) 的大齒輪凸齒面所受力中，齒數比在 1.5 到 2.0 之間時，軸向力 F_x 會由負值變為正值。而在軸向力由負轉正的變化點上，此時的齒數比為 $z_2/z_1 = 1.57357$ 。

$$\Sigma = 90^\circ \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \beta_m = 35^\circ \quad u < 1.57357$$

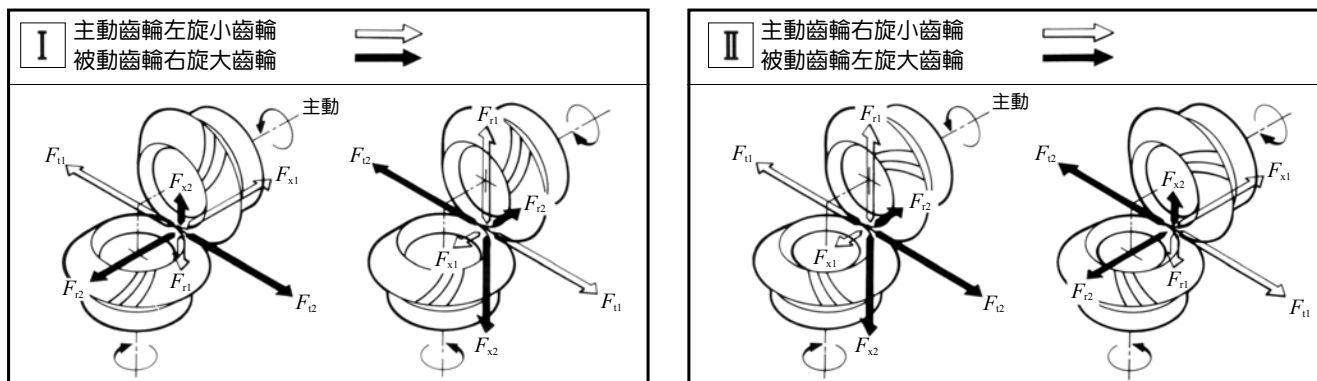


圖 8.10 彎齒傘形齒輪齒的各分力方向 (1)

$$\Sigma = 90^\circ \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \beta_m = 35^\circ \quad u \geq 1.57357$$

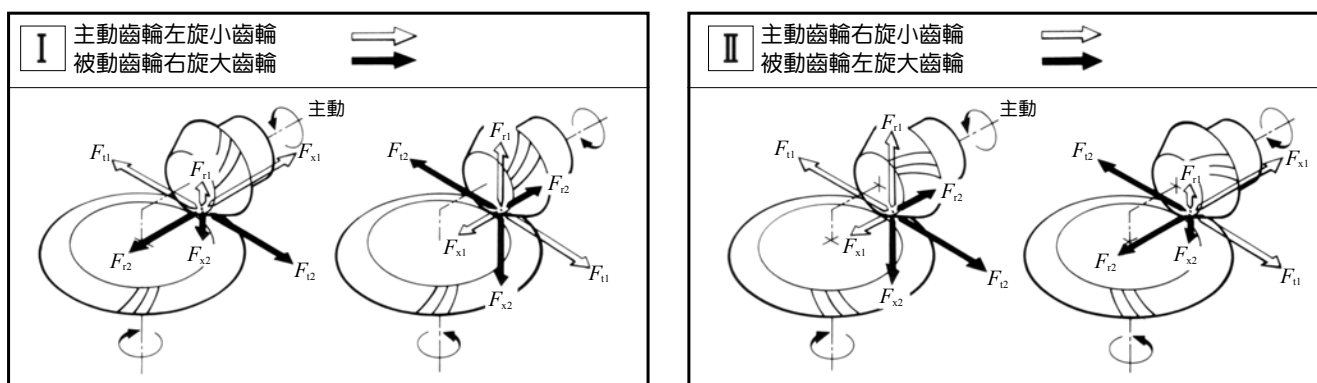


圖 8.11 彎齒傘形齒輪齒的各分力方向 (2)

8.5 作用於蝸輪蝸桿齒上的力

(1) (1) 蝸桿為主動時

蝸桿為主動時，在如圖 8.12 所示的齒直角平面中，垂直作用在齒面上的作用力 F_n 被分解為 F_1 和 F_{t1} 。

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= F_n \cos \alpha_n \\ F_{t1} &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.17)$$

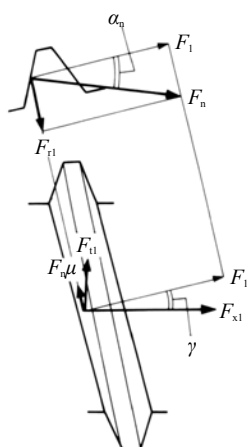


圖 8.12 輪桿齒上的力

而在節平面上，除 F_1 外，還有另外一個作用力，稱為蝸輪組的齒面滑動摩擦抵抗力 $F_n \mu$ (μ 是摩擦係數)。 F_1 和 $F_n \mu$ 又可分解為圓周方向分力及軸向分力。合成之後可為：

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= F_1 \sin \gamma + F_n \mu \cos \gamma \\ F_{x1} &= F_1 \cos \gamma - F_n \mu \sin \gamma \end{aligned} \right\} \quad (8.18)$$

綜合上述各式，得出加於蝸桿齒上的力為：

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= F_n (\cos \alpha_n \sin \gamma + \mu \cos \gamma) \\ F_{x1} &= F_n (\cos \alpha_n \cos \gamma - \mu \sin \gamma) \\ F_{r1} &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.19)$$

圖 8.13 示意了軸角 $\Sigma = 90^\circ$ 的蝸輪組中齒的各分力方向。

如圖 8.13 之軸角 90° 的蝸輪蝸桿，其齒上各力之間有下列關係：

$$\left. \begin{aligned} F_{x1} &= F_{t2} \\ F_{t1} &= F_{x2} \\ F_{r1} &= F_{r2} \end{aligned} \right\} \quad (8.20)$$

如式中所示，軸角 $\Sigma = 90^\circ$ 的交錯軸齒輪，作用在主動齒輪的軸向力 F_{x1} 和被動齒輪的切線力 F_{t2} 大小相同方向相反。同樣地，主動齒輪的切線力 F_{t1} 和被動齒輪的軸向力 F_{x2} 也是大小相同方向相反。徑向力 F_{r1} 和 F_{r2} 也是相同情形。

在蝸輪組齒的各受力中，考慮到摩擦係數 μ 。根據摩擦係數的大小可以判斷蝸輪組的傳動效率。

由蝸桿為主動的蝸輪組傳動效率計算公式如下。

$$\left. \begin{aligned} \eta_R &= \frac{T_2}{T_1 i} = \frac{F_{t2}}{F_{t1}} \tan \gamma \\ &= \frac{\cos \alpha_n \cos \gamma - \mu \sin \gamma}{\cos \alpha_n \sin \gamma + \mu \cos \gamma} \tan \gamma \end{aligned} \right\} \quad (8.21)$$

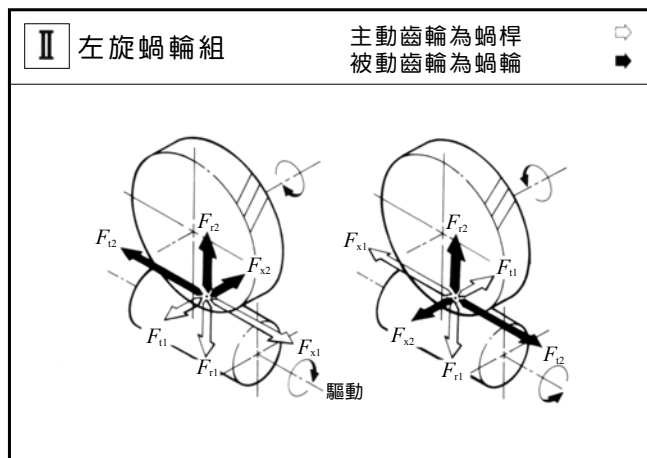
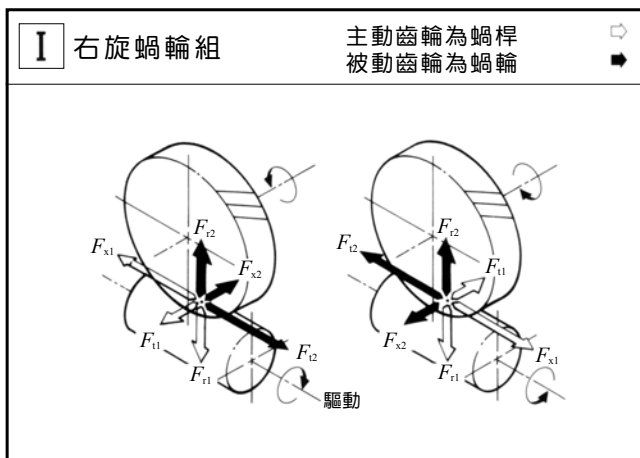


圖 8.13 蝸輪組的齒之各分力方向

(2) 蝸輪為主動時

蝸輪為主動時，蝸輪上齒的受力情況如圖 8.14 所示。關係式如下：

$$\left. \begin{aligned} F_{t2} &= F_n (\cos \alpha_n \cos \gamma + \mu \sin \gamma) \\ F_{x2} &= F_n (\cos \alpha_n \sin \gamma - \mu \cos \gamma) \\ F_{r2} &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.22)$$

軸角 $\Sigma = 90^\circ$ 的蝸桿和蝸輪，成立有公式 (8.20) 中所示的關係。所以，在蝸輪為主動時，蝸輪組的效率 η_1 可根據下式進行計算。

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{T_1 i}{T_2} = \frac{F_{t1}}{F_{t2} \tan \gamma} \\ &= \frac{\cos \alpha_n \sin \gamma - \mu \cos \gamma}{\cos \alpha_n \cos \gamma + \mu \sin \gamma} \frac{1}{\tan \gamma} \end{aligned} \right\} \quad (8.23)$$

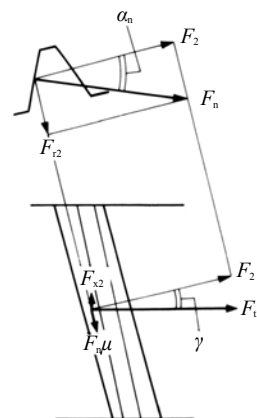


圖 8.14 蝸輪齒上的力

8.6 作用於交錯軸螺旋齒輪齒上的力

交錯軸齒輪的齒之受力情況可以看成是類似於蝸輪組的狀況。

軸角 $\Sigma = 90^\circ$ ，標準螺旋角為 β_1 的交錯軸螺旋齒輪的齒之各分力計算式，可以利用蝸輪組的計算式 8.22 來計算。只需將式中的導角 γ 換成螺旋角 β_1 即可。

下面就軸角 Σ 在不等於 90° 的一般情況下，對齒的受力情況加以分析。

因為圖 8.15 中的主動齒輪齒之各分力與蝸輪組相同，所以：

$$\left. \begin{aligned} F_{t1} &= F_n (\cos \alpha_n \cos \beta_1 + \mu \sin \beta_1) \\ F_{x1} &= F_n (\cos \alpha_n \sin \beta_1 - \mu \cos \beta_1) \\ F_{r1} &= F_n \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (8.24)$$

被動齒輪的圓周方向及軸方向的齒之分力，是主動齒輪的力 F_{t1} 及 F_{x1} 的反作用力，分解為被動輪之圓周方向及軸方向之力，將其合成後得 F_{t2} 及 F_{x2} 。所以，被動齒輪上各分力為：

$$\left. \begin{aligned} F_{t2} &= F_{x1} \sin \Sigma + F_{t1} \cos \Sigma \\ F_{x2} &= F_{t1} \sin \Sigma - F_{x1} \cos \Sigma \\ F_{r2} &= F_{r1} \end{aligned} \right\} \quad (8.25)$$

其中的軸角 $\Sigma = 90^\circ$ 的話，與蝸輪組的公式 8.20 一致。

圖 8.16 為軸角 $\Sigma = 90^\circ$ ，螺旋角 $\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$ 的齒輪，其齒的各分力方向。

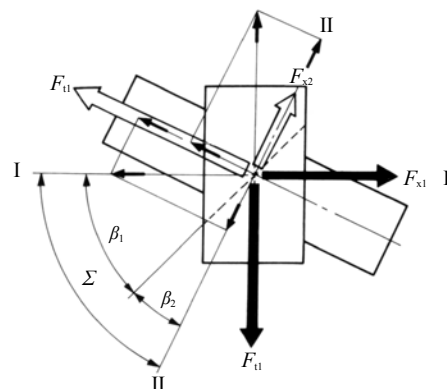


圖 8.15 交錯軸斜齒齒輪的輪齒受力

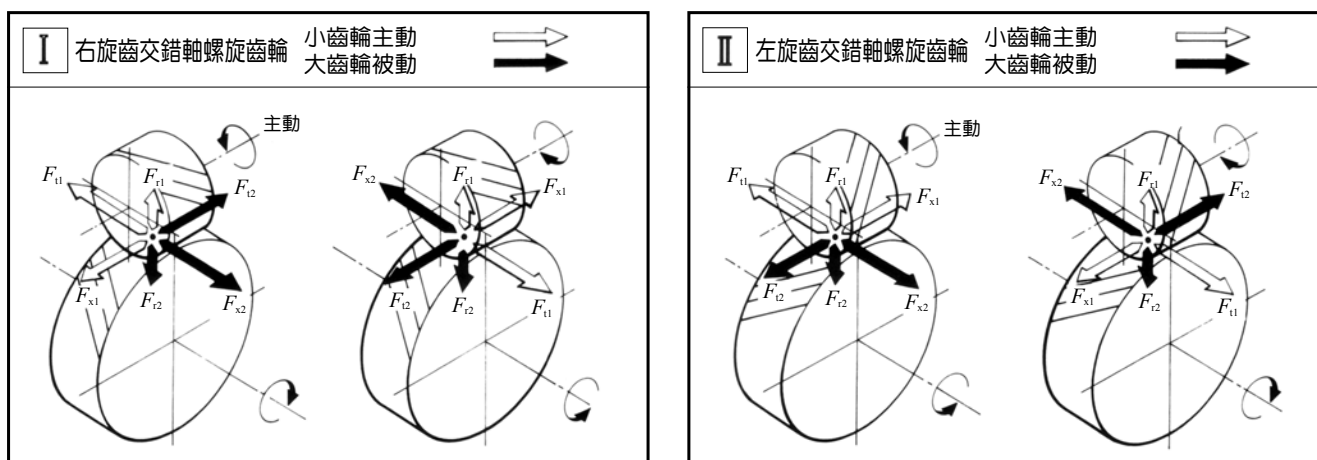


圖 8.16 交錯軸螺旋齒輪的齒之各分力方向

9 齒輪的咬合率

齒輪咬合時的咬合率，是對齒輪的噪音，振動，強度，轉動平穩度等產生影響的重要要素。一般地說，咬合率高的齒輪，噪音及振動小，平穩地轉動，強度也比較高。

咬合率分為軸直角（正面）咬合率 ε_α ，重疊咬合率 ε_β 和總咬合率 ε_γ 。

9.1 軸直角（正面）咬合率 ε_α

正面咬合率 ε_α 是正面作用線上的咬合長度除以法線（基圓）節距 p_b 的值。

影響正面咬合率 ε_α 的因素有壓力角 α' ，齒數 z_1 、 z_2 和有效齒高 h' 。

增大正面咬合率 ε_α 的方法有下列三點：

① 減小咬合壓力角

減小標準壓力角，咬合壓力角也會隨之減小。另外，使用負轉位的齒輪也可以減小咬合角。

② 增加齒數

如果中心距離沒有限制的話，齒數越多，正面咬合率也就越高。而當中心距離一定時，藉由降低模數以增加齒數也同樣可以提高正面咬合率。

③ 增大有效齒高

標準的全高齒的有效齒高是模數的兩倍。要想提高有效齒高，需要採用高齒齒形。

(1) 平行軸齒輪的正面咬合率

使用於平行軸的齒輪其正面咬合率的計算列於表 9.1。

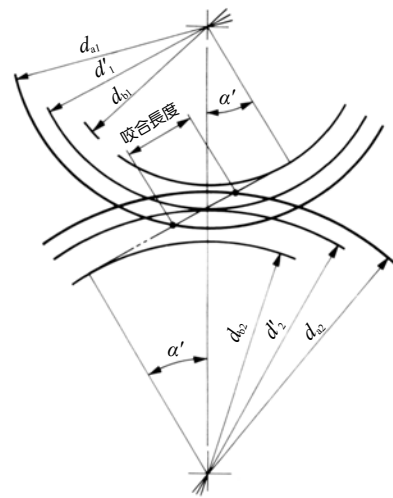


圖 9.1 正面咬合率 ε_α

表 9.1 平行軸齒輪的正面咬合率 ε_α

序號	齒輪類型	正面咬合率 ε_α 之計算式
1	正齒輪 ① 正齒輪 ②	$\frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} - \alpha \sin \alpha'}{\pi m \cos \alpha}$
2	正齒輪 ① 齒條 ②	$\frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} + \frac{h_{a2} - x_1 m}{\sin \alpha} - \frac{d_1}{2} \sin \alpha}{\pi m \cos \alpha}$
3	正齒輪 ① 齒輪 ②	$\frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} + a \sin \alpha'}{\pi m \cos \alpha}$
4	螺旋齒輪 ① 螺旋齒輪 ②	$\frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} - a \sin \alpha'_t}{\pi m_t \cos \alpha_t}$

◎螺旋齒輪的計算例

$m_n = 3$ $\alpha_n = 20^\circ$ $\beta = 30^\circ$ $z_1 = 12$ $z_2 = 60$ $x_1 = +0.09809$ $x_2 = 0$
 $a = 125$ $\alpha_t = 22.79588^\circ$ $\alpha'_t = 23.1126^\circ$ $m_t = 3.46410$
 $d_{a1} = 48.153$ $d_{a2} = 213.842$ $d_{b1} = 38.322$ $d_{b2} = 191.611$
 $\varepsilon_\alpha = 1.2939$

(2) 傘形齒輪的正面咬合率 ε_a

傘形齒輪的正面咬合率 ε_a 如果按照齒輪入門篇的圖 4.9 所示, 在背錐上來考慮的話, 可用計算正齒輪和螺旋齒輪之正面咬合率 ε_a 一樣地來計算. 表 9.2 為傘形齒輪正面咬合率的計算式.

表 9.2 傘形齒輪的正面咬合率 ε_a

序號	計算項目	記號	咬合率 ε_a 之計算過程及計算式	
1	背錐距離	R_v	$\frac{d}{2 \cos \delta}$	
2	背錐上等價正齒輪之基圓半徑	R_{vb}	直齒傘形齒輪 $R_v \cos \alpha$	彎齒傘形齒輪 $R_v \cos \alpha_t$
3	背錐上等價正齒輪的齒頂圓半徑	R_{va}	$R_v + h_a$	
4	正面咬合率	ε_a	直齒傘形齒輪 $\frac{\sqrt{R_{va1}^2 - R_{vb1}^2} + \sqrt{R_{va2}^2 - R_{vb2}^2} - (R_{v1} + R_{v2}) \sin \alpha}{\pi m \cos \alpha}$	彎齒傘形齒輪 $\frac{\sqrt{R_{va1}^2 - R_{vb1}^2} + \sqrt{R_{va2}^2 - R_{vb2}^2} - (R_{v1} + R_{v2}) \sin \alpha_t}{\pi m \cos \alpha_t}$

◎彎齒傘形齒輪的計算例

$$m = 3 \quad \alpha_n = 20^\circ \quad \beta = 35^\circ \quad z_1 = 20 \quad z_2 = 40 \quad \alpha_t = 23.95680^\circ$$

$$d_1 = 60 \quad d_2 = 120 \quad R_{v1} = 33.54102 \quad R_{v2} = 134.16408$$

$$R_{vb1} = 30.65152 \quad R_{vb2} = 122.60610 \quad h_{a1} = 3.4275 \quad h_{a2} = 1.6725$$

$$R_{va1} = 36.9685 \quad R_{va2} = 135.83658$$

$$\varepsilon_a = 1.2825$$

(3) 交錯軸齒輪的正面咬合率 ε_a

表 9.3 示意了蝸桿蝸輪副的端面重合度 ε_a 的計算方程式.

蝸輪副的重合度是指含有軸部的蝸桿在蝸輪的端面嚙合時, 與正齒輪和齒條相嚙合時的狀況大體上相同, 基於這種考慮而求出的近似公式.

表 9.3 交錯軸齒輪的正面咬合率 ε_a

序号	齒輪的類型	咬合率 ε_a 之計算式
1	蝸桿 ① 蝸輪 ②	$\frac{h_{a1} - x_2 m_x}{\sin \alpha_x} + \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} - \frac{d_2}{2} \sin \alpha_x$ $\pi m_x \cos \alpha_x$

◎蝸輪組的計算例

$$m_x = 3 \quad \alpha_n = 20^\circ \quad z_1 = 2 \quad z_2 = 30$$

$$d_1 = 44 \quad d_2 = 90 \quad \gamma = 7.76517^\circ$$

$$\alpha_x = 20.17024^\circ \quad h_{a1} = 3$$

$$d_1 = 96 \quad d_{b2} = 84.48050$$

$$\varepsilon_a = 1.8066$$

9.2 重疊咬合率 ε_β

重疊咬合率 ε_β 是螺旋齒輪及彎齒傘形齒輪等有螺旋角的齒輪上，齒幅 b 除以齒幅方向的齒距所得之值。

表 9.4 中，為螺旋齒輪和彎齒傘形齒輪重疊咬合率的計算公式。

表 9.4 重疊咬合率 ε_β

序号	齒輪的類型	計算式	計算例
1	螺旋齒輪	$\frac{b \sin \beta}{\pi m_n}$	$b = 50 \quad \beta = 30^\circ \quad m_n = 3$ $\varepsilon_\beta = 2.6525$
2	彎齒傘形齒輪	$\frac{R}{R - 0.5b} \frac{b \tan \beta_m}{\pi m}$	根據齒輪技術入門篇表 4.21 $R = 67.08204 \quad b = 20 \quad \beta_m = 35^\circ \quad m = 3$ $\varepsilon_\beta = 1.7462$

(注) 彎齒傘形齒輪中模數 m 係指大端端面模數。

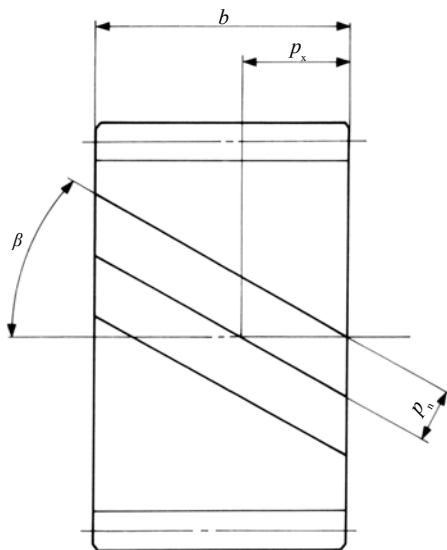


圖 9.2 重疊咬合率 ε_β

10 齒輪的噪音及對策

齒輪噪音形成的原因很多。在高負荷，高速度回轉時尤其容易發生，此時齒輪的噪音和振動會成為很大的問題。我們將降低齒輪噪音的對策整理如下，設計齒輪及其裝置時若能注意以下各點，則會有顯著降低噪音的效果。

(1) 選用良好精度的齒輪

- 藉由減小節距誤差，齒溝偏擺及齒筋方向誤差，來降低噪音。
- 齒輪的研磨，不僅可提高精度，還可改善齒面之粗度，因此對改善噪音有很好的效果。

(2) 採用光滑之齒面

- 齒輪研磨 (grinding)，對磨 (lapping) 及砥磨 (honing) 等可以達到理想的齒面粗度。另外，適當的磨合運轉對降低噪音也是有效的。

(3) 正確的齒承

- 對齒面施以削鼓型加工或削端加工，防止齒之單側齒承的發生，可降低噪。
- 適當的齒形修整也對降低噪音有效。
- 避免齒面及齒冠的碰傷及打痕。

(4) 適當之齒隙

- 當傳動力矩為脈動性時，容易產生敲擊聲，此時減小齒隙可得到降低噪音的效果。
- 而在一般均勻負荷的情況下，齒隙較大對降低噪音比較有利。

(5) 較高的咬合率

- 咬合率越高，運轉越安靜。為提高正面咬合率，可用減小壓力角或增加齒高的方法來達成。
- 重疊咬合率越高，總咬合率也越高。所以，螺旋齒輪比正齒輪，彎齒傘形齒輪比直齒傘形齒輪的噪音要來得低。

(6) 較小之齒輪

- 使用小模數及小外徑的齒輪。

(7) 較高的剛性

- 加寬齒幅或採用高剛性形狀的齒輪對降低噪音有利。
- 增強軸及齒輪箱的剛性。

(8) 採用振動衰減率高之材質

- 輕負荷，低速旋轉時，採用塑膠齒輪會有很好的效果。但是要注意發熱的問題。
- 鑄鐵齒輪比鋼齒輪對降低噪音來得有效。

(9) 適當的潤滑

- 施予適當充分的潤滑。
- 黏度高的潤滑油，會有比較小噪音的傾向。

(10) 低速回轉及低負荷

- 降低齒輪的回轉速度及負荷，則噪音也有降低的趨勢。

11 正齒輪的解析

如何對正齒輪樣品加以解析，來測定齒輪各個尺寸，其測定方法及順序說明如下。

解析的順序

- ① 數出齒輪的齒數 $z = \square$
- ② 測量齒輪的外徑 $d_a = \square$
- ③ 假設齒輪為全高齒，無轉位。通藉由下式計算大概上的模數。

$$m = \frac{d_a}{z + 2} \quad m \doteq \square$$

- ④ 根據齒數及概略模數，選擇適當的跨齒數 k 及 $k - 1$ ，並依此跨齒數量測跨齒厚 W_k 和 W_{k-1} ，計算其差值。
跨齒數 $k = \square$ 齒時，跨齒厚 $W_k = \square$
// $k - 1 = \square$ 齒時 $W_{k-1} = \square$
差值為 $= \square$

- ⑤ 此差之值為即為法線節距 $p_b = \pi m \cos \alpha$ ，可在附表
中由法線節距查出壓力角 α 及模數 m 。

$$m = \square$$

$$\alpha = \square$$

- ⑥ 利用查得知模數 m ，壓力角 α 及跨齒厚 W 可求出轉位係數 x 。

$$x = \square$$

附表 法線節距 p_b

模數	壓力角		模數	壓力角	
	20°	14.5°		20°	14.5°
1	2.952	3.042	8	23.619	24.332
1.25	3.690	3.802	9	26.569	27.373
1.5	4.428	4.562	10	29.521	30.415
2	5.904	6.083	11	32.473	33.456
2.5	7.380	7.604	12	35.425	36.498
3	8.856	9.125	14	41.329	42.581
3.5	10.332	10.645	16	47.234	48.664
4	11.808	12.166	18	53.138	54.747
5	14.760	15.208	20	59.042	60.830
6	17.712	18.249	22	64.946	66.913
7	20.664	21.291	25	73.802	76.037

注：適用齒形除全高齒齒形外，還包含矮齒及高齒齒形。
此外也有使用 20° 及 14.5° 以外的壓力角之齒形。

12 螺旋齒輪的解析

螺旋齒輪的解析與正齒輪的不同之處在於需要測定螺旋角。要想正確地量測出螺旋角，需要使用專用的齒輪試驗機。在此，我們將介紹在沒有齒輪試驗機的情形下，利用分度器概略地測定螺旋角的方法。

螺旋齒輪的導程 p_z 可以藉由下式計算：

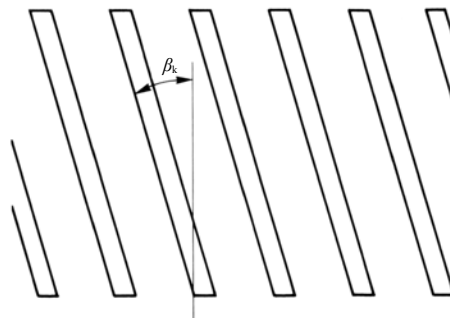
$$p_z = \frac{\pi z m_n}{\sin \beta}$$

由此而知，只要知道導程 p_z ，齒數 z ，齒直角模數 m_n ，可藉由上式求出螺旋角 β 。

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{\pi z m_n}{p_z} \right)$$

齒數 z 及齒直角模數 m_n 可以利用 11 中正齒輪的解析方法求得。在求導程 p_z 時，正確地測量齒輪的外徑 d_a ，在齒輪的外徑上以印台著色，壓緊齒輪在白紙上滾動，測量在白紙上所留下印痕的齒頂螺旋角 β_k 。然後根據下式計算出導程 p_z ：

$$p_z = \frac{\pi d_a}{\tan \beta_k}$$



附圖 由齒頂印痕來測定齒頂螺旋角